

MÁSTER OFICIAL EN PROFESORADO DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO, FORMACIÓN
PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS.

ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS.



TRABAJO FIN DE MÁSTER

ACTIVA LAS FUNCIONES

AUTOR:
EVA UGARTE GARCÍA.

TUTOR:
D. JOSÉ MARÍA CARDEÑOSO DOMINGO.

UNIVERSIDAD DE CÁDIZ.
CURSO ACADÉMICO 2016/2017.

RESUMEN.

La didáctica de la matemática es una disciplina científica que se preocupa del estudio de los fenómenos que interfieren en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. El presente trabajo fin de Máster está focalizado en la aplicación de una metodología didáctica activa, en el campo de las funciones lineales y cuadráticas, en la que el estudiante adquiera un mayor protagonismo mediante una adecuada orientación del docente y a través del empleo de diferentes recursos educativos. Se ha considerado este tema en concreto por sus numerosas aplicaciones no sólo en el campo de la matemática sino también en otros campos como la biología, la química, la física, la psicología, etc. Es, precisamente, por su potencial de utilización en contextos reales por lo que resulta imprescindible su enseñanza en la etapa escolar en la sociedad actual.

Palabras clave: didáctica, matemáticas, aprendizaje activo, funciones lineales y cuadráticas.

ABSTRACT.

Didactics of Mathematics is a scientific discipline involving the study of phenomena that are interfering in the mathematics teaching/learning process. The following Master's work is focused on the application of the active didactic methodology in relation to the range of linear and parabolic functions, which the students could assume a greater role in under the appropriated direction of the teacher and using learning resources. Specifically, this issue has been considered because of its numerous applications, not only in the field of mathematics, but in the biology, chemical, physics and psychology. It is precisely for the higher potential in the use in real context it is essential that functions may be taught in the school stage in present-day society.

Keywords: mathematics, active didactic methodology, linear and parabolic functions.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. CRÍTICA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.....	2
3. REFERENTES TEÓRICOS.....	7
3.1.DIFICULTADES DE APRENDIZAJE.....	8
3.2.FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS.....	11
4. FUNDAMENTOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.....	14
4.1.JUSTIFICACIÓN.....	15
4.2.MODIFICACIONES.....	18
4.2.1. RECURSOS DIDÁCTICOS.....	21
4.2.2. ROLES DEL DOCENTE Y DEL ALUMNO.....	26
4.2.3. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.....	28
4.3.PROPUESTA DE ACTIVIDADES.....	31
4.3.1. OBJETIVOS.....	31
4.3.2. TEMPORALIZACIÓN Y SECUENCIACIÓN.....	32
4.4.PROPUESTA DE EVALUACIÓN.....	40
5. CONCLUSIONES.....	43
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45
ANEXOS	50
I. Unidad didáctica de la memoria de prácticas con sus anexos.....	51
II. Cartas <i>plickers</i>	100
III. Cuestionarios <i>plickers</i>	101
IV. Ejercicios TIC.....	108
V. Esquema de los contenidos.....	109
VI. Examen.....	110
VII. Fichas.....	112
VIII. Juego.....	115
IX. Mapa de contenidos.....	117
X. Rúbricas.....	118

1. INTRODUCCIÓN.

La propuesta de realizar una mejora de la unidad didáctica diseñada, para el periodo de prácticas del Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, como Trabajo Fin de Máster se sustenta en los resultados analizados tras llevar a cabo dicho periodo. Las calificaciones obtenidas por los alumnos fueron bastante desalentadoras, tan sólo aprobó el 55% del alumnado, en base a lo cual nace la idea del presente trabajo.

El tema que va a ser abordado pertenece al Bloque de Funciones de 3º de ESO de matemáticas académicas y, concretamente, al tema denominado “*Funciones lineales y cuadráticas*”.

El principal objetivo que se persigue con esta mejora de la unidad didáctica consiste en incrementar la motivación y el interés de los alumnos hacia la asignatura de matemáticas, que tan aburrida les resulta. Además, este tema resulta de un interés bastante práctico para los alumnos dado el enorme campo de aplicación de la noción de función en diferentes situaciones de la vida cotidiana. Sin embargo, desde una perspectiva de futura docente del área de las matemáticas, otro propósito que se pretende lograr es el de potenciar el pensamiento crítico de los alumnos quienes, con cada vez más frecuencia, se están acostumbrando a encontrárselo todo hecho sin tener que molestarse en emitir un juicio valorativo.

La metodología que se va a emplear incluirá, además de problemas y ejercicios, cuestionarios para determinar si los alumnos están comprendiendo los contenidos del tema, juegos para que se practique lo aprendido, fichas que complementen el aprendizaje, y alguna estrategia de aprendizaje colaborativo. Otro elemento fundamental que va a someterse a modificaciones es la evaluación de la unidad didáctica, para incluir las nuevas herramientas así como una coevaluación de los alumnos, para los trabajos en pareja o en grupo.

La enseñanza actual en los centros educativos requiere un cambio. No se pueden emplear hoy día los mismos métodos que se aplicaban el siglo pasado, pues la sociedad actual está en constante cambio y, al igual que las empresas se están actualizando con métodos más innovadores, los centros educativos deben concienciarse y sumarse a este cambio, lo que implica poner en marcha otra serie de metodologías más acordes a la demanda actual.

2. CRÍTICA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.

Hay muchas formas de enfocar la didáctica de la enseñanza de la matemática en el aula. Por mi parte, como ingeniera química, percibo que para un nivel de 3º de ESO, la matemática podría ser enseñada desde la teoría, pero con un enfoque más aplicado y contextualizado. No en vano, en la Orden de 14 de junio de 2016 se especifica que la función de la etapa de la Enseñanza Secundaria Obligatoria debe focalizarse en formar ciudadanos capaces de desenvolverse en la sociedad en la que vivimos. Bajo esta premisa, el objetivo de la unidad didáctica se podría enfocar en enseñar a los estudiantes a emitir juicios críticos y usar las nuevas tecnologías de la información, estimulando el máximo posible el interés del alumnado.

Es un hecho que la sociedad actual está cambiando a un ritmo vertiginoso. Vivimos en una época en la que se constantemente se producen numerosos avances en la ciencia, la tecnología y en las comunicaciones. Tal magnitud tiene este hecho, que incluso se puede rescatar una anécdota que narra el hipotético caso de que si un romano, de la época del Imperio de Julio César, retornase a la sociedad actual, quedaría totalmente aturdido y abrumado por la cantidad de cosas que le serían desconocidas. Por el contrario, continúa la narración, si visitase un centro educativo, la situación le resultaría bastante familiar. Todavía son muchos los centros educativos donde predomina el modelo tradicional de enseñanza, basado en la transmisión de conocimientos del docente al alumnado, donde papel del alumno es prácticamente pasivo. Sin embargo, el problema de fondo implícito en el modelo tradicional es que los alumnos aprenden por repetición en lugar de por comprensión.

En matemáticas este episodio sucede en mayor medida, pues los alumnos se limitan a memorizar y repetir un patrón resolutivo, establecido por el profesor, sin efectuar reflexión alguna, pudiendo llegar a darse el caso de que determinados alumnos aprueben un examen sin tener claros determinados conceptos, sino simplemente porque se han aprendido la mecánica del ejercicio. Las técnicas del modelo tradicional se centran en acciones pasivas como son la lectura, la observación y la escucha, sin que se produzca ningún análisis de lo que se está aprendiendo.

En mi escueta experiencia adquirida durante el periodo de prácticas del Máster, a través de conversaciones tanto con los docentes como con los alumnos del instituto, pude comprobar que los estudiantes, a día de hoy, están acostumbrados a este tipo

de método de trabajo de aprendizaje por repetición. Esto propicia que se produzcan una serie de errores o dificultades en el proceso de aprendizaje, que posteriormente serán detallados con mayor detenimiento.

Analizando con perspectiva mi intervención como docente en el área de la matemática, se podrían destacar una serie de errores y aciertos en lo que al proceso de enseñanza-aprendizaje se refiere. El error más significativo se encuadra en el tipo de metodología didáctica empleada, pues el docente era el mayor conocedor y manipulador del conocimiento. En varias ocasiones recurrí al método tradicional para explicar determinados conceptos que, por otra parte, los propios alumnos podrían haber sido capaces de aprender por ellos mismos, o siendo guiados por el docente, mediante la ejecución de algún tipo de tarea.

Otro de los errores más notables que pude apreciar fue el hecho de mandar demasiada tarea para que la realizaran en sus casas a fin de repasar los conocimientos adquiridos. En este sentido, el método tradicional se hacía latente en la corrección de los ejercicios, pues los recursos principales consistían en la pizarra, el libro de texto, el cuaderno y el bolígrafo. Además, para ellos suponía una disminución de la motivación hacia la asignatura ya que les reducía el tiempo de ocio o de realización de actividades extraescolares.

También pude comprobar, en los propios rostros de los estudiantes, que dedicar mucho tiempo a una misma tarea les desmotiva dado que les resulta pesado y acaban por desconectar de la clase. Con lo cual, parece evidente la necesidad de cambiar de tarea con relativa frecuencia a lo largo de las sesiones.

El último factor considerado como punto flaco se trata de la evaluación ya que, al analizarlo con detenimiento, considero que fue insuficiente en cuanto a los instrumentos utilizados y a los momentos en que tuvo lugar. Como métodos de evaluación se incluyeron la observación, un par de fichas, el examen y el cuaderno del profesor, donde se anotaban aquellos alumnos que realizaban la tarea y salían a la pizarra, como método de evaluación de la implicación, participación y seguimiento de la asignatura. El examen es un instrumento de evaluación del conocimiento adquirido, pero no debería ser el único dado que dicho instrumento se emplea al final del proceso de aprendizaje y no a lo largo del mismo. Tras analizar todo lo relacionado con el periodo de prácticas, considero que la evaluación debe estar más

presente a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos pues tiene una doble finalidad que consiste en efectuar un seguimiento del aprendizaje de los alumnos así como modificar la metodología didáctica si fuese necesario. Este aspecto será tratado con mayor detenimiento en posteriores apartados.

Por otra parte, como acierto cabe destacar la implantación de una metodología en la que el alumnado tuviese que descubrir algún concepto matemático encerrado en determinados problemas, para lo cual, tendría que modelizar la solución, razonar el resultado, comprobarlo y plantear la ecuación general. Este procedimiento fue realmente un éxito pues los alumnos realizaron todas estas tareas, fomentando subcompetencias matemáticas tales como pensamiento, modelado y argumentación matemática, planteamiento y resolución de problemas, al mismo tiempo que permitía dotar de significado a aquellos conceptos que entraban en juego en el problema.

Otro de los aciertos fue la inclusión de herramientas tecnológicas de la información y la comunicación (TIC) en el aula pues permite que las explicaciones vayan acompañadas de imágenes visuales, lo que favorece la comprensión de muchos conceptos. De igual manera, el hecho de incluir actividades en las que los alumnos también trabajasen con ellas resultó una tarea altamente motivadora para ellos, ya que se trata de una actividad diferente a la resolución de problemas mediante lápiz y papel, a la vez que promueve la competencia digital, establecida en el currículo de la ESO.

Por fortuna, cada vez más, un numeroso grupo de psicólogos, pedagogos y psicopedagogos están canalizando una gran cantidad de estudios e investigaciones hacia la búsqueda de otros modelos alternativos al tradicional. La mayoría de los esfuerzos se centran en qué enseñar, cómo hacerlo, con qué finalidad y la mejor manera de evaluar el aprendizaje surgiendo, de esta forma, una gran diversidad de modelos y técnicas de enseñanza-aprendizaje así como recursos para emplear en la educación de los futuros ciudadanos de la sociedad. A este respecto, cabe resaltar la incorporación de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en los centros de enseñanza que han producido cambios relevantes en los métodos y las técnicas utilizados en los procesos de enseñanza-aprendizaje, en relación a los métodos tradicionales. Son muchos los docentes que, en la actualidad, emplean este tipo de herramientas como material de apoyo en el aula, ya que permiten asociar conceptos con imágenes o situaciones lo que, a su vez, favorece la

comprensión de dichos conceptos al alumnado, al mismo tiempo que incrementan su motivación hacia el aprendizaje.

Los nuevos modelos y técnicas traen consigo serias modificaciones en los roles tanto del docente como del alumno, otorgando un mayor protagonismo a este último y modificando, que no reduciendo, el papel del primero. Por ejemplo, volviendo al ejemplo de las nuevas tecnologías, su utilización está siendo conducida a que no sea únicamente el docente quien haga uso de ellas, sino que también sean los estudiantes quienes las manejen con el fin de desarrollar o aplicar conceptos, especialmente en el ámbito de la matemática. Para ello, la labor del docente consiste en organizar el conocimiento, a través de una serie de actividades, en las cuales sea el alumno quien asuma el rol activo en el proceso de aprendizaje. Puede verse aquí la importancia del docente tanto en la creación de actividades como en la determinación del momento de utilización de la TIC.

Las nuevas tecnologías pueden incrementar el interés de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pero no debe ser el único foco a considerar en lo que a motivación se refiere.

Para que los estudiantes desarrollen la motivación intrínseca, esto es, el interés por el placer y la satisfacción de aprender, se ha investigado acerca de nuevos métodos o estrategias que la fomenten. Por un lado, se busca ayudar a los alumnos a vivir experiencias exitosas durante el aprendizaje matemático mediante la generación de conocimiento matemático, a través de determinados procesos que impliquen el pensamiento matemático, y mediante estrategias que ayuden a comprender ideas y resolver problemas. Algunos ejemplos de este tipo de estrategias son los juegos, los recursos gráficos o los materiales audiovisuales. Por otro lado, se pretende que los alumnos interioricen posibles metas de aprendizaje de la matemática, para lo que se puede recurrir a técnicas de aprendizaje cooperativo, y se puede enfatizar sobre la importancia de la matemática como herramienta para entender o analizar situaciones de la vida cotidiana.

Como último factor a considerar, se deberán promover experiencias que promuevan la alfabetización emocional, es decir, el desarrollo de la inteligencia emocional y las competencias afectivas que engloban sentimientos y emociones tanto propias como ajenas. Algunas de las habilidades que se pretenden desarrollar en los estudiantes

son la autoconciencia, la autorregulación (que no es otra cosa que la capacidad de controlar impulsos), la motivación, el entusiasmo, la perseverancia, la empatía (mediante interacciones con el docente o con los propios compañeros) o la agilidad mental.

Como método para llevar a cabo este propósito de motivación intrínseca, se propone un modelo matemático basado en la contextualización, la matematización y el desarrollo del razonamiento matemático, desarrollado por el matemático holandés Freudenthal. Este matemático estableció una serie de instrucciones para el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, en torno a 1970, que reunió en una teoría que se conoce con el nombre de Enseñanza Matemática Realista. Esta teoría, que posteriormente será analizada en mayor profundidad, tiene su principal foco de atención en la relación existente entre situaciones reales y las matemáticas académicas. En otras palabras, Freudenthal defiende que la enseñanza de la matemática en los centros educativos debe fundamentarse en que los estudiantes sean capaces de atribuir un significado al aprendizaje, mediante el desarrollo y la aplicación de diferentes conceptos y herramientas matemáticas en situaciones cotidianas, es decir, mediante la contextualización.

Este modelo establece, como ya se ha mencionado, que la participación de los alumnos debe ser activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática que tiene lugar en el aula escolar siendo, en este caso, el rol del docente el de crear situaciones de aprendizaje, que promuevan la construcción del conocimiento matemático, por parte del alumnado.

Con el fin de mejorar la calidad del sistema educativo, nace la propuesta de mejora del presente Trabajo Fin de Máster. Los principales focos de atención se centrarán en la contextualización, matematización y pensamiento matemático, y en el cambio de rol del alumno con el fin de favorecer su motivación así como su alfabetización tanto digital como emocional, para lo que se dispondrá de una gran variedad de recursos y algunas técnicas de trabajo cooperativo.

Con todo esto se pretende formar individuos críticos, creativos, competentes en cuanto a la utilización de herramientas TIC, autónomos y con buenas capacidades sociales, capaces de adaptarse cómodamente a cualquier entorno laboral así como

trabajar con cualquier tipo de persona, en cualquier momento de sus vidas, tal y como demanda la sociedad del siglo XXI.

3. REFERENTES TEÓRICOS.

La transformación del modelo didáctico tradicional hacia un modelo centrado en el alumno requiere de la implementación en el aula de recursos tanto didácticos como físicos, que faciliten un proceso de enseñanza-aprendizaje activo. Este cambio, según formula Prieto (2006), implica la reorientación de la enseñanza desde la transmisión de contenidos hacia otros aspectos como son los procesos de adquisición y construcción del conocimiento, el desarrollo de capacidades y habilidades en el alumnado, la participación activa de los estudiantes y el razonamiento crítico.

Este tipo de aprendizaje, promueve una actitud activa en el alumnado frente a la actitud pasiva basada en la escucha, la observación y la escritura, característicos del método expositivo propio del modelo tradicional. Para que se produzca, es fundamental el empleo de otro tipo de técnicas que favorezcan que el estudiante sea el protagonista de su aprendizaje. Es, precisamente, en este punto donde entra en juego la incorporación de otro tipo de recursos, diferentes a la tradicional pizarra y libro de texto, que potencien ese protagonismo en los estudiantes. En la figura 1 se muestra un esquema que resume los componentes clave del proceso de aprendizaje activo, así como algunas de sus características principales.

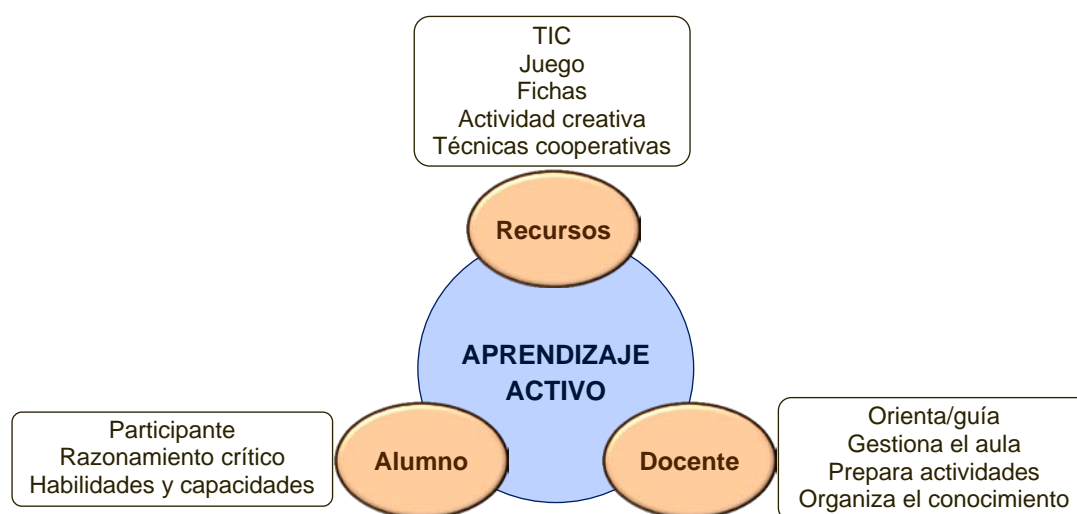


Figura 1. Esquema del aprendizaje activo.¹

¹ Elaboración propia del autor.

El esquema de la figura 1 sintetiza los aspectos que van a ser modificados como propuesta de mejora de la anterior unidad didáctica, diseñada para el periodo de prácticas. La finalidad de esta propuesta consiste en reducir, en la medida de lo posible, algunos errores y dificultades detectados en los estudiantes, en dicho periodo, en relación al tema de funciones lineales y cuadráticas.

A lo largo de este trabajo se analizarán, con mayor detenimiento, los objetivos sobre los que versará el modelo propuesto de aprendizaje activo, así como algunos de esos errores y dificultades detectados, el método de Enseñanza Matemática Realista y los factores que intervendrán en el proceso: recursos, alumno y docente.

3.1. DIFICULTADES DE APRENDIZAJE.

Una de las principales justificaciones para llevar a cabo esta mejora de la unidad didáctica recae en la cantidad de errores y dificultades detectados en los alumnos a lo largo de mi experiencia en el aula. Por supuesto no sólo me refiero al tiempo en el que tuvo lugar mi ejercicio didáctico, sino a las observaciones que fui llevando a cabo, y anotando en mi diario, mientras mi tutor de prácticas explicaba el tema de introducción de las funciones, previo al de funciones lineales y cuadráticas que acordamos que sería el que yo impartiría.

Abrate, Pochulu y Vargas (2006) han analizado diferentes teorías sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y han llegado a la conclusión de que todas ellas comparten la importancia de la detección de los errores cometidos por los estudiantes. Como punto de partida de dicho proceso, es conveniente que el docente analice los conocimientos o ideas previas de los alumnos para, a partir de ellos, establecer la metodología didáctica que mejor se ajuste al nivel del alumnado.

Di Blasi, Espro, Lois y Milevich (2003, citados en Abrate et al., 2006) agrupan en un listado una serie de dificultades desencadenantes de errores en los alumnos. En función de dicha lista y atendiendo a la definición que los autores aportan en su trabajo, ejemplificaré los errores y dificultades cometidos por los alumnos, que fui capaz de analizar durante mi experiencia docente.

Tabla 1.

Tipo de dificultades detectadas en el aula, según Di Blasi et al. (2003, recuperado en Abrate et al., 2006, p.31).²

Tipo de dificultad	Detección en el aula
Comprensión de los objetos matemáticos.	Problemas asociados al signo negativo. A los alumnos les cuesta trabajo no sólo manipularlos sino también entender su significado. Este fue el caso de analizar el signo de la pendiente de una recta o sustituir valores negativos en una ecuación.
Razonamiento matemático.	Dificultades vinculadas a la asociación de las unidades a la pendiente de una recta.
Proceso de enseñanza.	Problemas relacionados con la heterogeneidad del grupo. La heterogeneidad conlleva agrupar alumnos de diferentes ritmos de aprendizaje en una misma clase. Esto genera desmotivación por parte de los alumnos con mayor velocidad de aprendizaje (aburrimiento), a la vez que a los de menor velocidad (frustración). El elevado ratio de alumnos por aula también constituye un inconveniente.
Desarrollo cognitivo de los alumnos.	Debido al poco tiempo que hemos pasado con los alumnos durante el periodo de prácticas del máster, no hemos tenido la oportunidad de analizar en profundidad la capacidad de desarrollo cognitivo de los alumnos más allá de algunas indicaciones recibidas por los tutores de prácticas. Creo que mi grupo, en particular, requería otra estructura metodológica.
Actitudes afectivas y emocionales.	En la encuesta realizada al finalizar el periodo de prácticas, algunos alumnos reconocieron no sentir ninguna afinidad por la asignatura.

Rico (1995) define la palabra error como un conocimiento adquirido, durante la etapa de aprendizaje, de manera deficiente e incompleta. Los errores pueden favorecer el proceso de aprendizaje ya que, a partir de ellos, un estudiante puede repasar o aprender alguna de las características de un determinado concepto aprendida incorrectamente o que se le hubiese olvidado.

Radatz (1980, citado en Abrate et al., 2006) propone una categorización de los errores en función de la causa que los genera. Atendiendo a dicha categorización, se ha elaborado tabla 2, completándola con los datos analizados en el periodo de prácticas.

² Elaboración del autor siguiendo los parámetros que aparecen en Abrate et al., (2006).

Tabla 2.

Tipo de dificultades detectadas en el aula, según Radatz (recuperado en Abrate et al., 2006, p.37).

Tipo de dificultad	Detección en el aula
1. Provenientes del lenguaje.	Dificultades al escribir la expresión analítica de un ejercicio: <i>“Una familia llena el depósito de su coche cuya capacidad es de 50 litros. El coche gasta 6 l/h.”</i> Muchos alumnos escribieron: $y= 6x$, $y= 6x-50$, $y= 6-x$, etc. Siendo el resultado correcto $y= 50-6x$.
2. Relativos a la capacidad espacial.	No detectados.
3. Conceptos, procedimientos y habilidades previos deficientes o erróneos.	Conceptos equívocos de dominio y recorrido. Representación incorrecta de un punto en un sistema de ejes cartesianos. Punto de origen de una función según sea el enunciado contextualizado o no. Confusión entre un punto de una función y un rango de valores.
4. Asociaciones erróneas o intransigencia del pensamiento.	
4.1. Por persistencia.	En el caso de las parábolas, los alumnos me preguntaron cuál era la ecuación para calcular la pendiente.
4.2. Por asociación.	En el caso particular de la función constante, muchos alumnos incluían la variable x : $y= 8$, se representaba como $y= 8x$.
4.3. Por inferencia.	En la ecuación de la parábola: $ax^2 + bx + c$, si el valor de ‘a’ era negativo, se elevaba al cuadrado también. Así, $y= -x^2$, se calculaba como $y= (-x)^2$.
4.4. Por asimilación.	Despistes o errores por faltas de percepción: $y= 2x+3$ se convertía en $y = 5x$.
5. Aplicación de estrategias o reglas por analogía.	No detectados.

Estos errores se detectaron a lo largo de las sesiones y se trabajó en el aula con el propósito de erradicarlos. Sin embargo, algunos de ellos perduraron hasta el día del examen.

Peralta (2002), en una investigación relacionada con las dificultades vinculadas al concepto de función lineal, expone que los alumnos tienen serias dificultades con la noción de pendiente. Pese a que los alumnos saben calcularla o representarla, el estudio, a través de un cuestionario, muestra que no tienen claro cuál es el significado del concepto de pendiente de una recta.

Lozano, Haye, Montenegro y Córdoba (2015) realizaron otra prueba, consistente en una serie de actividades, a unos alumnos de nuevo ingreso en la universidad para

determinar posibles errores en la representación de funciones ya fuese algebraica, gráfica o en una tabla de valores. A la luz de los resultados analizados, los autores detectaron varias erratas, entre ellas las nociones de pendiente y ordenada en el origen de la función lineal, y establecer el coeficiente del término cuadrático, en función de la representación gráfica de la función cuadrática. A través de este estudio, los autores dictaminaron que los errores provenían de un aprendizaje incorrecto o ineficiente de la noción de función, en la etapa de secundaria. Esto no hace sino confirmar la necesidad de investigar otro tipo de metodología de enseñanza en dicha etapa, con el fin de subsanar dichas deficiencias.

3.2. FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS.

Los fundamentos didácticos son la base sobre la que se apoya un docente para elaborar nuevos modelos o métodos de enseñanza. La matemática es una asignatura que, habitualmente, resulta de complicada comprensión para los alumnos. Aquí radica la importancia de que un docente de esta área del conocimiento explore nuevas técnicas de enseñanza-aprendizaje, capaces de interesar y motivar tanto a los alumnos como al propio docente para no caer en la rutina y el aburrimiento en el aula.

Los objetivos perseguidos en la educación actual se basan en que los estudiantes, además de adquirir el conocimiento propio de una materia, también desarrollen determinadas habilidades y competencias, así como una madurez tanto mental como conductual, según apunta Argudín (2001). Entre las habilidades se incluyen el trabajo en equipo, el planteamiento y resolución de problemas, la expresión oral y escrita y el uso de las nuevas tecnologías. Para ello, será necesario establecer situaciones de aprendizaje en la que el estudiante adopte un rol activo que le faciliten el camino hacia el conocimiento y el desarrollo de estas habilidades y conductas, con las que alcanzar un mayor grado de madurez y confianza en sí mismos.

La estructura que se va a emplear en la unidad didáctica mejorada, incluirá una visión generalizada de los contenidos a tratar en el tema, la metodología que se va a emplear y la forma de evaluar la asignatura o, en este caso, el tema correspondiente a funciones lineales y cuadráticas.

El modelo didáctico a seguir, se fundamenta en la teoría de la *Educación Matemática Realista (EMR)* que, como ya se ha comentado con anterioridad, se basa en la idea del holandés Freudenthal, quien percibe que las matemáticas han de relacionarse con la realidad, es decir, se deben contextualizar, deben ser cercanas a los alumnos y que, además, deben servir para entender la sociedad en la que nos desenvolvemos. En el trabajo de Heuvel-Panhuizen (2009) se establece que, siguiendo esta teoría, han de ser los estudiantes quienes desarrollen y apliquen conceptos matemáticos, así como herramientas matemáticas, en determinados problemas contextualizados, donde se incluyan situaciones de la vida cotidiana o aquellas que puedan ser imaginadas por los estudiantes.

Para que este modelo pueda ser empleado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se deben cumplir dos características: la aplicabilidad a contextos reales o a aquellos que se puedan imaginar y la flexibilidad, ya que implicaría su generalización o el incremento del nivel de conocimiento del alumnado. Esto implica que, para que los alumnos sean capaces de matematizar diversas situaciones, el docente deberá proponer un ambiente estimulante para el aprendizaje, mediante diferentes tareas, por lo que el rol del docente ha de ser el de guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En la figura 2 se muestra, de manera esquemática, el proceso de modelización matemática que sigue la *EMR* de Freudenthal, cuyo punto de partida sería el rectángulo de *Problema contextualizado*.

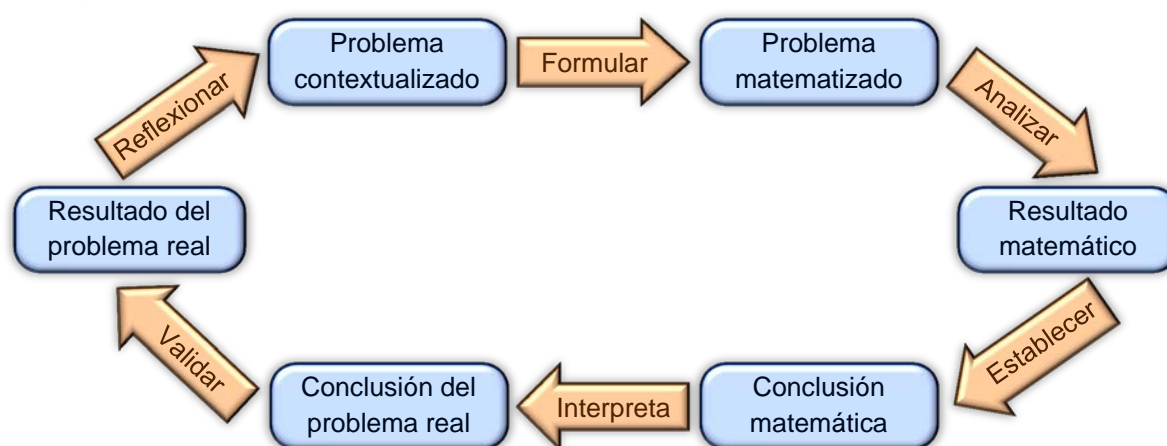


Figura 2. Proceso de modelización matemática.³

Gómez-Chacón (2005) afirma que el proceso de modelización matemática contempla dos fases diferentes: en la primera, se propone el problema

³ Elaboración propia del autor.

contextualizado cuya resolución requiere del uso de observación, intuición, sentido común y experimentación; mientras que la segunda está sujeta a la matemática, implica el proceso de matematización, y lleva asociados otro tipo de procesos como son abstracción, generalización, pruebas, rigor, simbología, etc. Así mismo, este autor propone la siguiente definición: “La modelización matemática es el proceso de describir en términos matemáticos un fenómeno real, obteniendo resultados matemáticos y la evaluación e interpretación matemáticas de una situación real.” (Gómez-Chacón, 2005, p.8).

La propuesta de la *EMR*, ofrecida por Heuvel-Panhuizen (2009), incluye que, partiendo del análisis y resultado de un problema sencillo, debe plantearse otro con mayor grado de dificultad, que ofrezca a los alumnos la posibilidad de reflexionar sobre las conclusiones extraídas a partir del ejercicio más simple. Es lo que se denomina matematización progresiva, y persigue la idea de que los modelos matematizados sirvan para promover y apoyar el progreso en el aprendizaje, generando la necesidad de crear nuevos modelos. Para ello el problema propuesto debe estimular al alumno a generar explicaciones, plantear posibles soluciones, identificar tanto semejanzas como diferencias entre los modelos y, por último, realizar predicciones.

Heuvel-Panhuizen (2009) puntualiza que la generalización de un modelo ofrece a los alumnos la posibilidad de cambiar de un modelo específico de un problema concreto, a un modelo válido para otro tipo de problemas. Al mismo tiempo, esta generalización les permite acceder a un nivel más alto de comprensión del conocimiento basado en el razonamiento, es decir, que si el alumno entiende el modelo de una determinada situación, aprende a interpretar de igual manera tanto situaciones similares como situaciones inversas. Como consecuencia, los alumnos podrán dominar unos conceptos matemáticos y combinarlos con otros para crear otros modelos de mayor nivel, basándose en la comprensión conseguida. El verdadero aprendizaje tendrá lugar cuando los estudiantes utilicen el conocimiento para hacer predicciones, observaciones, interpretaciones y reflexiones.

A través de esta metodología se fomenta la participación, la imaginación, la capacidad de relacionar conceptos y de reflexionar sobre las soluciones, y la interacción de los alumnos y el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Según la experiencia de Zolkower, Bressan y Gallego (2006), para incrementar la efectividad del método, es conveniente fomentar no sólo la interacción con el grupo completo, sino que se favorezcan interacciones en pequeños grupos de alumnos. Con estas interacciones entre iguales se propicia el razonamiento crítico a través de comparaciones, contrastes y evaluaciones. Siguiendo este razonamiento, parece evidente que las aulas heterogéneas propician un escenario perfecto para la *EMR*.

Esta metodología promueve un proceso de enseñanza-aprendizaje en el que los alumnos participan activamente reinventando tanto ideas como herramientas matemáticas, a través de una organización o estructuración de situaciones problema contextualizados, para lo que resulta fundamental el papel del docente como guía del proceso. Gómez-Chacón (2005) señala que el objetivo perseguido con la *EMR*, consiste en enseñar a los alumnos a afrontar problemas o situaciones de la vida cotidiana de manera matemática y crítica.

Cerda, Fernández y Meneses (2014) disponen tres objetivos que se deben perseguir en una propuesta didáctica, que se han resumido en los siguientes puntos:

- Plantear estrategias que impulsen un aprendizaje significativo y creatividad a la hora de resolver un problema matemático, acorde con la teoría constructivista.
- Inculcar en el docente una formación psicopedagógica en la que se potencien procedimientos, recursos, tareas y el sistema de evaluación que concuerde con la teoría constructivista.
- Fomentar la interacción alumno-docente para favorecer un buen clima de trabajo en el aula donde prevalezcan el dinamismo y la flexibilidad, con la intención de estimular la motivación del alumnado.

Atendiendo a estos fundamentos teóricos, se elaborará una serie de actividades para la unidad didáctica mejorada correspondiente al tema de *Funciones lineales y cuadráticas*.

4. FUNDAMENTOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, de la unidad didáctica mejorada, se va a sustentar sobre tres pilares clave, que bajo el criterio de Arcavi (2006) son las situaciones cotidianas, la contextualización y la matematización,

entendiendo por esta última su actuación como un puente entre las situaciones cotidianas y las matemáticas académicas. Estas situaciones cotidianas incluirán situaciones reales, pero también situaciones susceptibles de que los alumnos se las puedan imaginar, como ocurre con la magia o con las novelas y los cuentos.

En la nueva propuesta didáctica, el estudiante se situará en el centro del proceso de aprendizaje para lo cual el docente establecerá la situación de aprendizaje apoyándose en una gran variedad de recursos como: medios audiovisuales, programas de software, juegos, fichas y encuestas, de manera que se favorezca una interacción didáctica dinámica, participativa y comunicativa en el aula. A estos recursos se les sumarán técnicas de aprendizaje colaborativo y una actividad creativa. Los objetivos que se persiguen son la motivación del estudiante con respecto al aprendizaje del conocimiento matemático, en concreto, con respecto a la noción de funciones lineales y cuadráticas, y la adquisición de competencias digitales, sociales y aprender a aprender.

4.1. JUSTIFICACIÓN.

En una encuesta que rellenaron los alumnos durante el periodo de prácticas del Máster, pude comprobar que algo más del 70% de los alumnos a los que impartí docencia coincidió en que el examen no fue difícil. Pese a todo, las calificaciones obtenidas no fueron demasiado buenas. Se me ocurre entonces que los resultados pueden deberse a una falta de motivación del alumnado con respecto a la asignatura de matemáticas.

Según Tapia (2005), uno de los factores más determinantes de la efectividad del proceso de enseñanza-aprendizaje es la motivación de los estudiantes. Tapia (2005) y otros autores (Covington, 2000; Eccles, Wigfield, 2002; Eccles, Wigfield y Schiefele, 1998; citados en Tapia 2005) han establecido tres aspectos fundamentales que promueven el interés y el esfuerzo del alumno a la hora de desempeñar una tarea, que se pueden resumir en los siguientes puntos:

- El significado del aprendizaje, referido a la causa por la cual el alumno está dispuesto a adquirir determinados conocimientos. Si un nuevo concepto no es vinculado a algún elemento o situación que logre captar

el interés o la atención del alumno, su predisposición con respecto a su aprendizaje será menor.

- La probabilidad de adquisición de los conocimientos, en función de la capacidad de cada alumno para superar las adversidades. No todos los alumnos aprenden con rapidez ni al mismo tiempo, cada uno de ellos tiene sus capacidades y sus limitaciones. El docente debe ser consciente de ello y atender las necesidades de cada uno, animando y motivando al estudiante a trabajar y a estudiar bajo la premisa de que con esfuerzo todo se consigue.
- La cantidad de tiempo y esfuerzo que les va a suponer conseguir ese aprendizaje, incluso, pese a que ellos se consideren capaces de lograrlo. Prácticamente todos hemos escuchado o leído que la actividad actual de los jóvenes estudiantes se rige por la ley del mínimo esfuerzo. Especialmente en la adolescencia, que es una etapa de descubrimiento y desarrollo personal, en la que los estudios no suelen ser una prioridad entre los estudiantes. Sólo aquellos que tienen unas metas encaminadas hacia los estudios superiores, o aquellos cuyos familiares están permanentemente encima de ellos para que estudien, dedican la cantidad de tiempo y esfuerzo suficientes para superar las asignaturas.

Parece claro, entonces, que la clave del progreso de los adolescentes hacia el aprendizaje tiene un foco fundamental en la motivación. Teniendo en cuenta los aspectos anteriormente señalados, se pueden establecer algunas medidas para incrementar la motivación de los alumnos:

- Incidir en la utilidad del aprendizaje. Cualquier tipo de aprendizaje sirve para algo, ya sea hallar la solución de un problema, potenciar algunas capacidades o habilidades, ayudar a comprender una situación, adquirir pensamiento crítico, etc. Hay que tratar de trasladar a los alumnos esta propuesta.
- Analizar el origen del error o la dificultad. Si se detecta tempranamente una posible dificultad, se puede corregir durante el proceso de aprendizaje siempre que vaya seguida de una actuación del docente

frente a ella. De este análisis surge la necesidad de la evaluación del aprendizaje.

- En cuanto al esfuerzo, conviene más focalizar el aspecto positivo, esto es, el logro conseguido, frente al negativo, como son la fatiga, el cansancio, la pérdida del tiempo del ocio, etc.

Estos tres puntos deben tenerse en cuenta, indiscutiblemente, en la actividad docente dado que la motivación puede inclinar la balanza del aprobado de un alumno en un sentido o en otro.

Por otro lado, Flores y Gómez (2007) achacan como principal influjo del bajo rendimiento y la desmotivación actual de los estudiantes al sistema actual de calificaciones. Según estos autores, las calificaciones fomentan la preocupación por la calificación de una asignatura frente al aprendizaje, la realización de tareas aplicando el esfuerzo mínimo indispensable, el autoconcepto de alumnos poco capaces, la poca voluntad para asumir retos o el odio hacia ciertas asignaturas, entre otras.

En su estudio, Flores y Gómez (2007), encontraron una relación entre la motivación y el rendimiento académico. Aquellos alumnos que obtienen mayor rendimiento, se preocupan más por el aprendizaje, tienen mejor percepción de sí mismos y valoran el esfuerzo como la clave del éxito. Por el contrario, los alumnos de peor rendimiento, se inquietan más por las calificaciones, denotan peor concepción de sí mismos, se esfuerzan menos y atribuyen sus malas calificaciones al docente, al factor suerte o a la complejidad de las tareas.

Como no podía ser de otra manera, Flores y Gómez aseguran que el docente juega un papel crucial en la motivación de los alumnos, independientemente del tipo de rendimiento académico. Por ejemplo, destacan la mayor necesidad de actuación del docente frente a los alumnos de peores rendimientos, dado que un cambio de conducta podría contribuir positivamente en el incremento de su rendimiento.

Con respecto a las matemáticas, en particular, la motivación ejerce una fuerte influencia sobre su aprendizaje. En este caso, Alsina (2007) considera que el rol del docente de este área se debe focalizar en promover, entre su alumnado, la idea de que son capaces de entender y, por ende, aprobar la asignatura. Para ello, se debe proporcionar un clima de trabajo donde prevalezcan los mensajes positivos y

motivacionales frente a los críticos y destructivos. Así mismo, Alsina remarca la relevancia del diseño de la propuesta didáctica, en lo que a motivación se refiere, en la cual se deben incluir una serie de características:

- El factor afectivo. Es importante que el docente atienda al carácter emocional y sociocultural de los alumnos.
- El empleo de problemas que contemplen situaciones de la vida cotidiana.
- La comunicación entre el alumno y el docente. De esta forma el docente se cerciora del correcto aprendizaje del estudiante, y puede corregir posibles errores.
- La paciencia. El docente no debe adelantar respuestas que los alumnos pueden ser capaces de averiguar.
- Los recursos. Cualquier actividad diferente a la que acostumbra la escuela tradicional incrementa la motivación del alumnado frente a la manera de resolver retos planteados. Se recomienda, específicamente, el uso materiales que los alumnos puedan manipular.

En base a estas premisas, con la mejora de la unidad didáctica, se pretende lograr un aprendizaje significativo, donde el alumno participe activamente, y el papel del docente consista en guiar el aprendizaje y explicar aquellas cuestiones que les resulten más complicadas de entender a los estudiantes. De esta forma, se podría aumentar la motivación de los alumnos por el aprendizaje y disminuir la tasa de absentismo escolar en los centros educativos. Para conseguir este propósito, la mejora de la unidad didáctica se va a encauzar hacia la utilización de una gran variedad de recursos como principal apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

4.2. MODIFICACIONES.

La unidad didáctica previa va a sufrir una gran cantidad de modificaciones y, además, contemplará una serie de novedades con el propósito de emplear una didáctica centrada en el alumno, a fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje a la vez que la evaluación de la matemática.

Para llevar a cabo este fin, se empleará una estrategia metodológica que fomente la participación del alumnado, el empleo de una gran variedad de recursos, como se ha

señalado anteriormente, y la colaboración entre iguales en favor de potenciar tanto el razonamiento y la argumentación matemática de los estudiantes como las habilidades sociales, todo ello, bajo la orientación y dirección del docente.

En un mundo repleto de información, que nos llegará por múltiples canales, mantener la atención del estudiante será muy difícil. Será preciso desarrollar nuevos métodos de enseñanza, fundamentados en la idea de estímulo continuo. Por una parte, atraer la atención de quien debe de aprender sólo podrá conseguirse convirtiendo el proceso de aprendizaje en uno de descubrimiento, de implicación, de satisfacción de la curiosidad con un alto componente de diversión. (Cornella, 2002; citado en Cabero, 2004, p.4).

A continuación se tratarán algunos puntos de la unidad didáctica anterior, que hayan sufrido alguna corrección o novedad. Por ejemplo, se eliminarán aquellos contenidos, competencias u objetivos relacionados con la intersección de dos funciones ya que ese punto no se tratará a lo largo de la nueva unidad didáctica.

Tanto los objetivos generales como los específicos, para un nivel de 3º ESO académicas, establecidos en la Orden de 14 de julio de 2016, no sufrirán cambio alguno. En cambio, los objetivos basados en la editorial Anaya, que es la editorial con la que trabajaba el instituto en el que realicé las prácticas, serán ampliados para incluir la asociación de los diferentes tipos de representación de una función, tanto lineal como cuadrática.

De las competencias básicas o clave, se mantendrán los puntos establecidos en la unidad didáctica previa, pero se añadirán algunas otras. Así pues en la competencia digital, se añadirá la competencia de aprender a utilizar las herramientas TIC para estudiar la influencia de cada uno de los coeficientes de la ecuación genérica de la parábola. En la social y cívica, se añadirá la capacidad de aprender a trabajar en equipo, respetando las ideas de todos los componentes del grupo y aportando opiniones, ideas y críticas argumentadas.

En las competencias de Niss, o subcompetencias matemáticas (1999, analizado por González 2003), tan sólo se cambiará la relacionada con utilizar ayudas y herramientas, dado que el nuevo diseño incluirá más de una sesión TIC. Además de lo explicado en la anterior unidad didáctica, se incluirá que este tipo de herramientas se empleará para que los alumnos investiguen acerca de las propiedades de traslación de una parábola, dependiendo de los coeficientes de la ecuación general.

Los contenidos han sido levemente alterados para que se adapten a la nueva metodología, empezando por corregir el mapa de contenidos para conseguir una mejor analogía entre que la representación de la función cuadrática y la función lineal (ver Anexo V).

En cuanto a los procedimientos, se ha eliminado los dos puntos de estudio conjunto de dos funciones y se han añadido algunos nuevos:

- Estudio de los coeficientes 'a', 'b' y 'c' de la ecuación general de la parábola por descubrimiento, mediante el uso de una herramienta TIC.
- Empleo de un juego para asociar las tres formas de representar una función lineal.
- Realización de fichas de repaso de los contenidos y fichas complementarias.
- Realización de cuestionarios durante el desarrollo de las sesiones para efectuar un seguimiento del aprendizaje de los alumnos.
- Trabajo cooperativo de los alumnos mediante la técnica de *lápices al centro*, que será explicada en el apartado de atención a la diversidad.

Por último, los contenidos actitudinales se ampliarán para incluir los aspectos relacionados con el trabajo en pareja y en grupo:

- Fomentar valores como el respeto, el compañerismo, la participación, la implicación y el apoyo a los compañeros.
- Potenciar el razonamiento crítico mediante el análisis de los resultados obtenidos en un problema.
- Incrementar el gusto por la matemática mediante la realización de diferentes tareas (juegos, cuestionarios, fichas, trabajos en grupo, empleo de TIC, etc.).

El examen también será ligeramente modificado pues el anterior incluía un ejercicio propio del tema introductorio de las funciones como resultado de un acuerdo entre mi tutor de prácticas y yo (ya que él no realizaría examen de ese tema). Este ejercicio ha sido sustituido por uno en el cual los alumnos tengan que asociar las ecuaciones algebraicas de varias funciones con su representación gráfica. Otro de los ejercicios también se ha cambiado con el fin de contextualizarlo, dado que toda la unidad didáctica se está diseñando siguiendo el fundamento de la *EMR* expuesto

en Heuvel-Panhuizen (2009). Este nuevo examen reestructurado, se encuentra en el Anexo VI.

4.2.1. Recursos didácticos.

La educación de hoy día exige nuevas estrategias de enseñanza para responder a la demanda de la sociedad actual, en cuanto a información, aprendizaje y conocimiento se refiere. Con cada vez más ahínco, la sociedad demanda ciudadanos con elevadas habilidades tecnológicas y sociales, que les permitan adaptarse al mundo laboral. En la necesidad de fomentar este tipo de capacidades, se centra la presente propuesta de aprendizaje activo, que se sustentará en el empleo de una serie de recursos que favorezcan la adquisición de las competencias digital, social y aprender a aprender. Para ello se implementará la unidad didáctica mediante técnicas innovadoras que contribuyan al enriquecimiento y actualización del actual sistema educativo, a la vez que a incrementar la motivación de los estudiantes.

Los recursos empleados en el aula no sólo deben ser utilizados por los alumnos, sino que el docente debe aprender a usarlo como material de apoyo. Es más, Abrego, Gómez y Rivero (2013) especifican que el mejor criterio para seleccionar un tipo de recurso u otro debe cumplir tres características: que favorezca el desarrollo de los contenidos así como su adquisición y su puesta en marcha.

Cabero (2004) señala que uno de los principios generales de la utilización de un recurso, implique que el aprendizaje se adquiera no a través del recurso, sino sobre la estrategia didáctica que se aplique sobre él. De acuerdo con este principio, se diseñará la estrategia de enseñanza-aprendizaje en el aula que favorezca la motivación, el interés y el autoaprendizaje de los alumnos, la creación de diferentes entornos comunicativos y el empleo de diferentes herramientas tecnológicas.

A través de los recursos se pretende potenciar el aprendizaje activo, para lo que, como se anunció en el apartado de referentes teóricos, se emplearán fichas complementarias, TIC, un juego, alguna actividad creativa y técnicas de trabajo cooperativo. Este último recurso se tratará posteriormente en el apartado de atención a la diversidad.

Fichas.

Con este recurso se persiguen dos objetivos, por un lado la síntesis y, por el otro, el desarrollo del contenido del tema. En total se proponen tres fichas, dos de las cuales están destinadas a sintetizar ideas, y una tercera cuya finalidad responde al desarrollo de las propiedades de las parábolas.

La Ficha 1 se implementará al finalizar las actividades destinadas al aprendizaje de las funciones lineales: de proporcionalidad, afín y constante. Con ella se pretende que los alumnos interioricen esos tres conceptos, a través de la ejecución de una tarea en la que deberán proponer ejemplos de la vida cotidiana que correspondan a cada una de las tres funciones.

La Ficha 2 se realizará al finalizar un juego con una doble intencionalidad: por un lado, con el objetivo de sintetizar los conceptos trabajados a lo largo de las sesiones anteriores, mientras que por otro, servirá para que los alumnos presten atención al desarrollo del juego.

Para que los alumnos investiguen acerca de las propiedades de las parábolas, se propone la Ficha 3, que complementará una actividad prevista de utilización de una herramienta TIC de representación de funciones.

El conjunto de las tres fichas pueden visualizarse en el Anexo VII.

TIC.

Una de las competencias por las que más se aboga hoy día es la digital. Tal es así que está incluida como una de las competencias clave (o básicas) en el currículo oficial de la etapa obligatoria de secundaria. En general, las TIC favorecen el proceso de enseñanza-aprendizaje que tiene lugar en las aulas, pero se necesita diseñar una estrategia de calidad en la cual emplear este tipo de tecnologías.

Según Fandos, Jiménez y González (2002, citados en Abrego et al., 2013), las TIC se consideran una estrategia educativa puesto que motivan y favorecen la participación del alumnado ya sea de manera individual o colectiva.

En esta unidad didáctica las TIC van a ser empleadas como material de apoyo al docente, como estrategia de seguimiento y de evaluación, así como de herramienta de trabajo para los alumnos, que les sirva para desarrollar, adquirir o practicar diferentes conceptos relacionados con las nociones de función lineal y cuadrática.

El objetivo fundamental perseguido mediante el uso de esta herramienta consiste en que los estudiantes aprendan a crear el conocimiento, a establecer relaciones entre los conceptos y a desarrollar habilidades o capacidades de una manera estimulante.

Transparencias participativas.

Con la doble finalidad de realizar un seguimiento sobre la comprensión de los conocimientos que van adquiriendo alumnos, y de evaluarlos, se elaborarán una serie de fichas que deberán cumplimentar los estudiantes. En total se han diseñado tres fichas, descritas en la sesión en la que han sido incorporadas, que serán evaluadas por el docente.

Además, como material complementario de la aplicación *plickers*, que será explicada en el apartado de ampliación de la unidad didáctica, se han realizado unos cuestionarios (ver Anexo III) que ayudarán al docente a llevar un seguimiento del aprendizaje de los alumnos. Esto le permitirá detectar la comprensión de los contenidos, así como errores en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, con la finalidad, utilizar esta información para modificar la metodología en caso de que fuese necesario.

Vídeos.

En teoría, según el currículo publicado en la Orden de 14 de julio de 2016, los alumnos no han estudiado previamente el concepto de función cuadrática, lo que obstaculiza que posean conocimientos previos de este concepto. Pese a esto, se puede tantear al alumnado para disponer de información a este respecto.

Mayer (2001, citado por Cabero, 2004) asegura en una de sus investigaciones que los alumnos aprenden mejor cuando las palabras se acompañan de algún tipo de dibujo, de ahí la importancia de incluir mapas conceptuales, caricaturas, dibujos, animaciones, etc. Siguiendo esta argumentación, para que los alumnos se familiaricen con la noción de parábola, se les proyectará un video en el que se muestren diferentes ejemplos en la vida cotidiana.

Gracias a que Internet es una fuente inagotable de recursos, se puede buscar, analizar y escoger algún vídeo, que al docente le parezca adecuado incluir en el aula, como introducción o ejemplo de la parábola. Para no aburrir a los alumnos con una infinidad de ejemplos, conviene seleccionar alguno de corta duración.

Herramientas de representación de funciones.

Abrego et al. (2013) plantean que para lograr un éxito en la utilización de este tipo de herramientas, es menester que tanto los discentes como los docentes hayan desarrollado previamente las competencias y habilidades relacionadas con la herramienta. Estoy de acuerdo con que el docente debe saber manejar la herramienta TIC que vaya a introducir en el aula y con que, el hecho de que los alumnos tengan nociones previas sobre ella ayuda, pero no considero que ésta última sea una condición necesaria. Los jóvenes de hoy en día están más que acostumbrados a manejar dispositivos electrónicos, en ocasiones incluso mejor que los adultos. Si se consigue despertar en los estudiantes un cierto interés por las TIC que se quieran presentar en el aula, se conseguirá un trabajo realmente bueno.

En el caso de la presente unidad didáctica, los alumnos utilizarán dos tipos de herramientas de representación de funciones: la hoja de cálculo *Excel* o el *Libre Office Calc*, según sea el sistema operativo empleado en el centro educativo *Windows* o *Guadalinex*, respectivamente, para trabajar con tablas de valores, y una herramienta que permita representar funciones ya sea el *Geogebra*, el *Graphsketch* o el *Fooplot* (estas dos últimas herramientas, requieren de conexión a Internet).

La hoja de cálculo se empleará en dos ocasiones por lo que, en la segunda ocasión, puede esperarse una mejor respuesta del alumnado frente a la utilización de esta TIC. En cambio, la otra herramienta es más fácil de usar (al nivel con el que se va a trabajar en este tema) por lo que únicamente se empleará en una ocasión. Siempre, por supuesto, dejando abierta la opción de utilizarla en la corrección de ejercicios, por ejemplo.

De manera adicional, se pretende mostrar a los alumnos estas herramientas puesto que ellos mismos podrían hacer uso de ellas en sus hogares en el caso de que quisieran autocorregirse algunos ejercicios o repasar para el examen.

Juego.

González y Martín (2003, citados en Acosta y Joya, 2013) llevaron a cabo un estudio sobre las dificultades relacionadas con el concepto de función, que presentaron unos estudiantes de primer año de bachillerato. Una de ellas consistió en la relacionar la expresión analítica de las funciones con su respectiva representación gráfica.

Lozano et al. (2015), también realizaron un estudio parecido, para analizar las dificultades vinculadas a las representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas, presentes en estudiantes recién matriculados en carreras de ingeniería, extrayendo una conclusión similar a la de González y Martín.

Para intentar enmendar este error, se propondrá un juego⁴ a los alumnos, que consistirá en la asociación de los tres tipos de representación de una función: gráfica, algebraica y tabular. Para ello, se dispondrá a los alumnos por parejas y se les repartirán un conjunto de cartas como la que se incluye en el Anexo VIII. Los alumnos tendrán que agrupar las cartas correspondientes a cada función según sus tres representaciones. El juego incluirá los tres tipos de función lineal: de proporcionalidad, afín y constante.

La finalidad de este juego consiste en que los estudiantes aprendan a establecer relaciones entre las diversas representaciones de una misma función, a la vez que disminuir o erradicar las dificultades asociadas a las nociones de pendiente y ordenada en el origen, que Peralta (2002) reporta en su investigación.

Plickers – cuestionarios.

Plickers es una aplicación, disponible para móvil, que permite llevar un seguimiento individualizado, y a tiempo real, del proceso de enseñanza-aprendizaje.

A través de su página web, cualquiera puede descargarse una serie de cartas numeradas y codificadas con diferentes dibujos. La versión simple posibilita la descarga de un total de cuarenta cartas que, mediante la misma aplicación, permite asociar cada una de ellas a un alumno determinado. Por esta razón, siempre debe entregarse la misma carta al mismo alumno, de lo contrario no se podría evaluar el progreso de cada alumno. En el Anexo II se muestran dos ejemplos de este tipo de cartas de las que dispone la aplicación.

Otra ventaja que tiene esta aplicación es que las cartas se pueden asociar a más de una persona, por lo que la misma baraja se podría emplear con múltiples grupos, siempre y cuando no se utilicen al mismo tiempo.

La manera de utilizar esta herramienta consistiría en elaborar unos cuestionarios que se incluyan una serie de preguntas con hasta cuatro posibles respuestas (A, B,

⁴ Juego basado en Grupo Alquerque de Sevilla (2011). Baraja de Funciones. *Suma*, 68, 55-60.

C y D), de las cuales, obviamente, sólo una será correcta. Una vez expuesta la pregunta con las cuatro respuestas, se esperará un tiempo prudencial para que los alumnos razonen la respuesta y, a continuación, cada alumno levantará su carta, en dirección hacia el docente, con la respuesta que ellos consideren correcta apuntando hacia arriba. Para que el docente canalice todas las respuestas, deberá llevar a cabo un barrido con su teléfono móvil por todas las cartas mostradas.

Esta herramienta habilita una comunicación interactiva entre el docente y el alumnado a través de la cual el docente puede analizar y evaluar el progreso de sus estudiantes. Incluso, dado que la respuesta es inmediata, puede repasar aquellos conceptos que suscitan dudas o errores entre el alumnado.

4.2.2. Roles del docente y del alumno.

La docencia implica una serie de interacciones complejas que incluyen simbología, afectividad, comunicación, sociabilidad o educación en valores. Un docente debe ser capaz de propiciar situaciones que potencien el aprendizaje, el raciocinio, la manera de actuar y de desarrollarse, de cualquier alumno. Por esta razón, ha sido propuesto el modelo de aprendizaje activo, para propiciar situaciones que ayuden a los alumnos a desarrollar capacidades o destrezas así como su autonomía.

Rol del docente.

Con este tipo de metodología, el docente transformará su rol tradicional, como mero transmisor del conocimiento, a diseñador de situaciones de aprendizaje, para lo que se verá obligado a organizar todos los elementos disponibles en el aula así como los contenidos que serán tratados y el tiempo de dedicación a cada actividad. Esto no quiere decir que no debe ser un excelente conocedor de la materia, pues debe ser capaz de responder a las posibles dudas que surjan entre el alumnado.

Una de las propuestas que se plantean es que el docente proponga situaciones que permitan un diálogo o un debate entre él y los estudiantes, para introducir determinados conceptos. De esta manera, se fomentará en el aula un intercambio de ideas, así como la argumentación de las mismas, a partir de las cuales los alumnos puedan construir su conocimiento basándose en la comprensión de esos conceptos matemáticos.

Además, otro de los papeles importantísimos que le toca interpretar al docente es de animador, ya que debe ser capaz de motivar a los alumnos no sólo a estudiar sino a luchar por aquellos logros que anhelan conseguir. Muchas veces, a los estudiantes se les puede inyectar una dosis de confianza o de apoyo, incrementando el concepto que tienen de sí mismos, haciéndoles sentir que alguien confía en sus capacidades.

Por supuesto, el conjunto de estrategias que se vayan a llevar a cabo deberán ser adaptables a las cualidades y capacidades del grupo de trabajo, atendiendo a los diferentes ritmos de aprendizaje, a la diversidad del aula y al ratio de alumnos por aula, tarea que, evidentemente, le corresponde al docente. Al hilo de esta idea, Guamán y Rodrigo (2011) afirman que “el docente experto no sólo es el que sabe más, sino quien organiza y maneja cualitativamente mejor dicho conocimiento.” (p.102).

También se debe incluir, como rol del docente, el de realizar cualquier tipo de modificación de la programación o de la unidad didáctica en función del ritmo de aprendizaje de la clase. Para lo cual, llevar un seguimiento del aprendizaje de los alumnos debe ser una de sus tareas esenciales, de lo contrario no dispondría de ninguna herramienta que justificase dichas modificaciones.

Rol del alumno.

El alumno será el principal protagonista de su aprendizaje, pero no de manera solitaria, sino con la guía del docente y, en algunos casos, con la ayuda de los compañeros del aula. Así pues, se propondrán una serie de actividades, algunas individuales, otras por parejas y otras por grupos, para que los alumnos aprendan a trabajar en equipo y desarrollen capacidades sociales, a través de la difusión de valores tales como el respeto, la participación, la igualdad, saber escuchar las opiniones de los demás, realizar críticas constructivas, aportar propuestas, etc.

En otro orden de ideas, como ya se ha expuesto con anterioridad, también se pretende que los alumnos desarrollen destrezas relacionadas con la utilización de herramientas TIC, debido a su funcionalidad tanto en el mundo laboral como en el ámbito académico. No hay que olvidar que este trabajo está orientado a alumnos de 3º de ESO, en cuyo currículo está establecido que deben aprender a manejar este tipo de herramientas.

No sólo se pretende que los alumnos aprendan los conocimientos propios de la matemática reflejados en este tema, sino que también se aspira a que potencien otras destrezas como son la autonomía, el razonamiento crítico, el manejo de herramientas tecnológicas, la socialización o valores como el respeto por los compañeros, la participación o la tolerancia.

Afortunadamente, en esta ardua tarea no se encontrarán solos, sino que contarán con las orientaciones que el docente crea a bien ofrecerles.

4.2.3. Medidas de atención a la diversidad.

En artículo 9 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, se trata el tema de Alumnado con necesidad de apoyo educativo. En dicho artículo se especifica que los alumnos que presenten necesidades educativas especiales, dificultades de aprendizaje, Trastorno de Atención e Hiperactividad (TDAH), altas capacidades, incorporación tardía al sistema educativo, o por ciertas condiciones personales o antecedentes escolares, recibirán una atención diferente a la ordinaria con el fin de potenciar el desarrollo de sus capacidades personales.

Onrubia (1993) esclarece que una medida apropiada para la atención a la diversidad implica una organización y estructuración de las tareas de enseñanza-aprendizaje, variadas y flexibles, de manera que el mayor número posible de estudiantes potencien las habilidades y capacidades personales establecidas en los objetivos de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria.

“Una respuesta adecuada a la diversidad de capacidades, intereses, motivaciones que muestran los alumnos de esta etapa puede constituirse en el eje de una práctica docente que permita disminuir las tasas de fracaso y abandono entre los alumnos de estas edades; posibilitar una enseñanza más satisfactoria no sólo para los alumnos, sino también para los propios profesores; mejorar la «calidad de vida» en los centros, y, en definitiva, hacer que los alumnos y profesores puedan desarrollar realmente su tarea de enseñar y aprender.” (Onrubia, 1993, p.2).

En esta unidad didáctica se establecerán diversas medidas de atención a la diversidad para tener en consideración los diferentes ritmos de aprendizaje que

tienen lugar en el aula. Así pues, se realizarán varias actividades, unas individuales, otras en pareja y otras en grupo, siguiendo la metodología de aprendizaje colaborativo.

Según Azcárate, García-González, Jiménez-Fontana y Navarrete (2015), la participación estimula un clima adecuado en el aula donde fomentar las relaciones interpersonales y desarrollar las dimensiones cognitivas, emocionales y de actuación. La importancia de la interacción radica en comprender el punto de vista de los demás, respetar las opiniones, atender a la diversidad, complementar ideas o propuestas, revertir razonamientos, etc. En estos factores radica la importancia de que se produzcan tales interacciones en el aula y, por esta razón, se incluirá como mejora de la unidad didáctica una técnica de aprendizaje cooperativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El trabajo cooperativo favorece que se produzcan interacciones entre iguales en el aula, dado que propicia situaciones en las que los alumnos deben intercambiar y expresar sus ideas, puntos de vista y razonamientos matemáticos, gracias a lo cual se fomentan las competencias matemática, social y lingüística en los estudiantes.

La técnica de aprendizaje cooperativo propuesta, es la de *lápices al centro*, donde los alumnos, dispuestos en pequeños grupos, deben atender a las propuestas de sus compañeros así como participar e interactuar con los semejantes. Para asegurar que los grupos sean lo más heterogéneos posibles, el docente organizará grupos de cuatro alumnos, a los cuales se le repartirán un total de cuatro problemas diferentes para realizar en el aula. Cada uno de los componentes del grupo se hará cargo de uno de los problemas, esto es, deberá leerlo en voz alta, asegurarse de que sus compañeros de grupo aportan ideas u opiniones sobre el ejercicio y comprobar que todos hayan comprendido la respuesta consensuada del problema.

Mientras se dialoga sobre la posible resolución del problema, los lápices de los componentes del grupo se situarán en el centro de la mesa para indicar que ese momento corresponde al intercambio de pensamientos, propuestas o críticas, por lo que no se debe escribir. Una vez que todos hayan acordado la respuesta del problema, cada uno la escribirá en su cuaderno. Cabe destacar que mientras se está escribiendo no se puede comentar nada acerca del ejercicio. Cuando todos hayan terminado de escribir, los lápices vuelven a colocarse en el centro de la mesa, y se

procederá de la misma manera con el siguiente problema, pero en esta ocasión otro componente del grupo será quien lleve la voz cantante.

Con esta técnica se produce un aprendizaje entre iguales, lo que propicia actitudes de diálogo, respeto, interacción, consenso y la escucha de otras propuestas o ideas. El trabajo que se realiza es, por un lado, individual y, por otro, cooperativo, potenciando especialmente la comunicación entre semejantes.

Sin embargo, esta metodología tiene una serie de inconvenientes como que se produzca una imposición de opiniones o que se genere la figura de un líder, lo que repercutiría en una participación desigual de los componentes. Para evitar, en la medida de lo posible esta situación, se propondrá realizar una coevaluación de todos los miembros de un mismo grupo por medio de una rúbrica (ver Anexo X).

Otra de las medidas de atención a la diversidad que se va a proponer, consistirá en que a aquellos alumnos que concluyan antes sus tareas en las sesiones TIC, se les asignará un rol de alumnos-ayudantes que consistirá en prestar ayuda al resto de compañeros. Esta medida tiene una triple finalidad, por una parte, se les otorgará un rol de mayor responsabilidad, por otra, se disminuirá el factor de dispersión que se establece en el aula debido al diferente ritmo de aprendizaje de los alumnos y, por último, será una excelente manera de atender a la diversidad. Indiscutiblemente, el ofrecimiento de este tipo de rol a un alumno, le ayudará a incrementar su autonomía así como su autoconcepto y su autoestima. Además, será beneficioso tanto para aquellos alumnos que son ayudados, como para el propio docente.

Una manera de incentivar a que los alumnos ayuden a sus compañeros podría ser anotar con un positivo dicha acción e incluirlo de alguna manera en la evaluación.

La última medida de atención a la diversidad que se incluirá en la mejora de la unidad didáctica, estará destinada a aquellos alumnos que por ausencias al instituto no puedan seguir el ritmo de la clase. Particularmente, se pretende considerar aquellos casos de ausencia por enfermedad o algún otro tipo de ausencia justificada. En esta ocasión, lo que se planteará será la realización de ejercicios interactivos que, estos alumnos, podrán realizar desde sus hogares a través de un dispositivo electrónico como un ordenador, una Tablet o un teléfono móvil siempre que cuente con conexión a Internet.

4.3. PROPUESTA DE ACTIVIDADES.

El docente, como guía del proceso de enseñanza-aprendizaje, debe organizar el conocimiento matemático para crear situaciones susceptibles de ser matematizadas por los alumnos a la vez que proponer una serie de herramientas que permitan al alumnado desarrollar y aplicar conceptos matemáticos. Pero éste no es su único cometido, también debe propiciar ambientes donde se fomenten interacciones entre los estudiantes, con el propósito de fomentar competencias sociales y lingüísticas a través de actividades donde se favorezca el intercambio de ideas y la argumentación de las mismas.

4.3.1. Objetivos.

La idea fundamental en la que se basa el aprendizaje activo consiste en que el alumno se implique activamente en el proceso de aprendizaje, es decir, el estudiante debe ser quien asuma el rol protagonista en dicho proceso. Para ello, el docente deberá plantear una serie de actividades que potencien el aprendizaje activo.

Brown (2003, citado en Prieto, 2006) propone una serie de características asociadas a las tareas de los alumnos en el aprendizaje activo. Para formular los objetivos perseguidos en la nueva Unidad Didáctica a través de este tipo de aprendizaje, se han tenido en cuenta dichas características, que se resumen en los siguientes puntos:

- Focalizar las actividades en el aprendizaje del alumno, en lugar de la transmisión de contenidos por parte del docente.
- Respetar tanto el potencial como la singularidad de los alumnos.
- Ofrecer oportunidades de éxito en el aprendizaje de los estudiantes.
- Establecer una secuenciación lógica de las mismas, desde las más sencillas a las más complicadas.
- Diseñar actividades variadas y con diferentes formatos, con la intención de adaptarlas a los diferentes estilos de aprendizaje de los alumnos.
- Potenciar actividades de trabajo cooperativo, que permitan desarrollar las habilidades sociales.
- Otorgar mayor importancia a la comprensión de los conceptos que a su memorización.

- Fomentar el razonamiento crítico matemático de los alumnos.
- Evaluar de diferentes maneras según el tipo de competencia que se pretenda potenciar.

Con estos objetivos, basadas en los criterios de Brown, además de incrementar el protagonismo del alumno en el aula, se pretende incentivar su motivación con respecto a la matemática, mediante el empleo de diferentes recursos que capten su interés y promuevan en él capacidades comunicativas, bien sean tecnológicas o sociales.

4.3.2. Temporalización y secuenciación.

La nueva propuesta de actividades se basa en el fomento de dos tipos de interacciones en el aula: la interacción docente-discente y la interacción entre alumnos. Para ello, se han tenido en cuenta los recursos que se van a emplear, citados en el apartado anterior, así como la estrategia de utilización y su contemplación en la evaluación de la unidad didáctica.

Cada una de las sesiones se va proponer de manera que varíe, con relativa frecuencia, el tipo de actividad a desempeñar en el aula, en favor de incrementar la atención y la motivación de los estudiantes. En la tabla 3, se muestra un esquema simplificado de cada una de las sesiones.

Tabla 3.

*Breve descripción de la secuencia de actividades.*⁵

SESIÓN	TIPO DE ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
1	Introducción y desarrollo.	Exposición de la evaluación del tema. Detección de ideas previas de los alumnos. Repaso de algunos conceptos. Introducción del tema mediante un mapa conceptual. Realización de un problema.
2	Repaso y desarrollo.	Realización de un problema por parejas. Explicación del cálculo la pendiente conociendo dos puntos de una función. Representación gráfica una función conociendo la pendiente. Realización de una encuesta <i>plickers</i> .

⁵ Elaboración propia del autor.

3	Desarrollo y refuerzo.	Breve exposición del mapa conceptual de contenidos. Realización de un problema por parejas. Explicación de la función constante. Realización de una encuesta <i>plickers</i> . Realización de una ficha.
4	Ampliación y desarrollo.	Aprendizaje a través de un juego. Realización de una ficha complementaria. Explicación de la ecuación punto-pendiente.
5	Ampliación y repaso.	Planteamiento de problemas aplicados, siguiendo la técnica de <i>lápices al centro</i> . Resolución de dudas.
6	Ampliación con TIC e introducción.	Ejecución de una actividad mediante el uso de una herramienta TIC. Proyección del mapa conceptual. Introducción del concepto de función cuadrática. Detección de las ideas previas de los alumnos respecto a las parábolas.
7	Introducción y desarrollo con TIC.	Análisis de los parámetros de la función cuadrática mediante una herramienta TIC. Elaboración de una ficha de síntesis.
8	Desarrollo.	Explicación de la forma de representar una parábola. Realización de ejemplos por parejas. Resolución de dudas.
9	Ampliación con TIC.	Repaso mediante un cuestionario <i>plickers</i> . Ejecución de una actividad empleando una herramienta TIC.
10	Ampliación.	Actividad creativa con funciones.
11	Repaso.	Realización de cuestionario <i>plickers</i> Repaso de los contenidos del tema mediante la técnica de <i>lápices al centro</i> .
12	Examen.	Realización de una prueba escrita.

Con este nuevo diseño de actividades se pretende potenciar que el alumno aprenda a aprender y que el docente enseñe a su alumnado a pensar, propiciando un clima en el aula dinámico, comunicativo y participativo, capaz de favorecer la percepción sobre la matemática e incrementar la motivación en los estudiantes.

En las sucesivas líneas se desarrollarán, con mayor detalle, cada una de las nuevas sesiones propuestas.

Sesión 1.

Como punto de partida, se expondrá a los alumnos la manera en la que se evaluará la unidad didáctica, con idea de que los alumnos comprendan la dinámica de trabajo y para intentar incrementar su grado de motivación.

El segundo punto a tratar, en esta primera sesión, consistirá en tantear los conocimientos previos del alumnado con el objetivo de repasar, concretamente, las nociones de función, variables dependiente e independiente, ecuaciones de primer y segundo grado y representación de puntos en un sistema de ejes cartesianos.

Como tercer punto, se presentará a los alumnos, mediante el proyector, el esquema con los contenidos, a modo de introducción, que se abordarán en el tema a lo largo de la unidad didáctica.

Una vez hayan sido repasados algunos conceptos necesarios en este tema e introducido los contenidos del mismo, dará comienzo el estudio de las funciones lineales. Se planteará el mismo problema de la sesión 1 de la unidad didáctica del Anexo I, y se empleará el mismo procedimiento establecido en aquella sesión con la salvedad de que, en esta ocasión, se tratará únicamente el caso de una de las empresas, con la intención de afianzar el concepto de ecuación de proporcionalidad con el que se empezará a trabajar. Esta actividad se va a mantener puesto que sigue la línea de *EMR* de Freudenthal, en la que los alumnos deberán idear la solución conectada al contexto, así como descubrir los principios generales escondidos en el problema mediante preguntas guiadas.

Sesión 2.

La segunda sesión comenzará con el dictado de un problema que tendrán que resolver los alumnos por parejas, cuya solución se comentará en la pizarra para despejar posibles dudas o dificultades que hayan podido surgir. Este segundo problema responderá a un enunciado cuya solución contemple una pendiente negativa. De esta manera, los alumnos podrán reflexionar y matematizar la solución de un problema con un mayor rango de dificultad que el propuesto en la sesión anterior.

El objetivo de empezar la segunda sesión de esta forma, recae en el aprovechamiento de dicho problema para explicar la forma de hallar la pendiente de una recta conociendo dos puntos de la misma y explicar la representación gráfica de una función a partir de un punto y de la pendiente de la misma. La metodología a emplear consistirá en efectuar preguntas guiadas donde tenga cabida la participación de los estudiantes. Con este procedimiento, los alumnos podrían ser

capaces de representar una función lineal gráficamente sin tener que recurrir a una tabla de valores.

Para evaluar si los alumnos han comprendido el significado del signo de la pendiente se llevará a cabo un cuestionario *plickers* (Cuestionario 1, ver Anexo III) que recoja las respuestas de los alumnos ante diferentes ejemplos de funciones, con pendientes tanto positivas como negativas.

Sesión 3.

En primer lugar, se volverá a proyectar el mapa conceptual con el contenido del tema para ofrecer a los estudiantes una visión del contenido sobre la que versará esta sesión.

Siguiendo con la metodología *EMR* de Freudenthal, se propondrá un problema contextualizado, incrementando nuevamente el nivel de dificultad, que ejemplifique la función afín. Los alumnos intentarán resolverlo por grupos en el aula, potenciando la interacción entre semejantes, empleando la técnica de *lápices al centro*.

Una vez ejecutado el problema se expondrá el tercer tipo de función lineal, la función constante, para lo cual se empleará una situación contextualizada que responda a este tipo de función y se realizará una serie de preguntas guiadas para incluir a los alumnos en la explicación de este concepto y sus tres tipos de representaciones (gráfica, ecuación algebraica y tabla de valores).

Para evaluar e incrementar el grado de entendimiento de los alumnos, se efectuará otro cuestionario *plickers* (Cuestionario 2, ver Anexo III), que contemple las tres variedades de representación de las funciones lineales (de proporcionalidad, afín y constante), así como sus propiedades (pendiente y ordenada en el origen).

La siguiente tarea consistirá en proyectar gráficas mudas en la pizarra y ofrecer a los alumnos la posibilidad de proponer situaciones que encajen con cada una de las gráficas, determinando qué magnitud asociarían a cada eje de coordenadas.

Por último, se les mandará a los alumnos una ficha complementaria (Ficha 1, ver Anexo VII), parecida a la tarea realizada en el aula, como tarea de repaso. Por supuesto, para que realmente sirva de complementación, se censurarán aquellos ejemplos que hayan sido propuestos en el aula.

Sesión 4.

Con la intención de que los alumnos aprendan a asociar las diferentes formas de representación de una misma función, se les planteará el juego descrito en el apartado de recursos.

Cuando el juego haya concluido, se entregará a cada alumno una ficha (Ficha 2, ver Anexo VII), que deberán rellenar de manera individual, allí mismo, con la intención de evaluar el aprendizaje y efectuar un seguimiento de la evolución de cada alumno. También servirá de táctica de comprobación de la efectividad del juego.

El tiempo restante de la sesión se utilizará para explicar la ecuación punto-pendiente y llevar a cabo algunos ejemplos, para lo que se pedirán alumnos voluntarios para salir a la pizarra a efectuarlos.

Sesión 5.

Como tarea de ampliación y de repaso, se realizarán una serie de problemas relacionados con el movimiento uniforme constante, donde las variables dependiente e independiente serán el tiempo y la distancia, respectivamente. Siguiendo el criterio de aprendizaje cooperativo, durante esta sesión se formarán grupos de cuatro alumnos en el aula y se entregará a cada grupo una hoja con los problemas enunciados en la sesión 5 de la anterior unidad didáctica. La técnica con la que se llevarán a cabo estos problemas será la de *lápices al centro*, nuevamente. Se asignará un tiempo aproximado de diez minutos a cada problema para que dé tiempo suficiente a corregirlos en la propia aula, y solventar las dudas que hayan surgido.

En mi escueta experiencia en el aula, pude advertir que los estudiantes presentan algunas dificultades en expresar matemáticamente la expresión “*hace ‘n’ horas*” (donde ‘n’ puede ser cualquier número entero). Como medida de prevención, se dedicará un breve lapso de tiempo a la transcripción de esta noción al lenguaje matemático antes de iniciar la tarea. Por ejemplo, si un enunciado dice que Marta salió de casa hace dos horas correspondería a transcribir que Marta salió de casa en un tiempo igual a menos dos horas. Con lo cual, la representación de la distancia que recorre Marta, en función del tiempo, tendría como origen el punto $(-2,0)$.

Sesión 6.

Durante el periodo de prácticas comprobé que las TIC resultan una herramienta estimulante y muy atractiva para los alumnos, por lo que en esta sesión, los alumnos

trabajarán las distintas representaciones de la función pero con una hoja de cálculo *Microsoft Excel*, en caso de que el sistema operativo sea Windows, o *Libre Office Calc*, si fuese *Guadalinux* o alguna versión similar.

La primera parte de la sesión se dedicará a trabajar con esta herramienta a través de la realización de unos ejercicios (ver Anexo IV). Para mostrar a los alumnos la correcta utilización de esta herramienta, el docente será quien los guíe ejecutando el primer apartado de uno de los ejercicios. Tras el ejemplo, el alumnado deberá efectuar el resto de ejercicios por sí mismo, permaneciendo el docente atento a cualquier duda o problema que pudiera surgir. Los alumnos enviarán el ejercicio por correo electrónico al docente para su evaluación o, en caso de no disponer de correo electrónico, el docente ofrecerá uno o dos *pen drives* para recoger los trabajos realizados.

La primera parte tendrá una duración aproximada de 40 minutos, para que dé tiempo a encender, apagar y recoger adecuadamente los ordenadores, y para que todos los trabajos pasen a disposición del profesor. El tiempo restante de clase se utilizará para introducir las funciones cuadráticas, volviendo a proyectar el mapa de contenidos del tema. En concreto, se intentará averiguar los conocimientos previos del alumnado y se les presentarán situaciones de la vida cotidiana, regidos por este tipo de función a través de un video, proyectado por el docente, que muestre un amplio abanico de ejemplos. Tras la proyección de este material, se pedirá a los alumnos que proporcionen algún otro ejemplo y, de esa manera, comprobar si se ha comprendido el concepto.

Sesión 7.

En la sesión previa, se introdujo el concepto de función cuadrática y se expusieron varios ejemplos, con lo cual, en esta sesión se trabajarán las características y propiedades de este tipo de función. En esta ocasión, serán los propios alumnos quienes descubran por sí mismos estas propiedades, fomentando la competencia digital y aprender a aprender.

Esta sesión requerirá de una ficha (Ficha 3, ver Anexo VII) y un ordenador por cada alumno. En esta ocasión, los estudiantes tendrán que representar las expresiones algebraicas que aparecen en la ficha, conforme al orden establecido, y contestar a las preguntas planteadas. La herramienta informática a utilizar puede ser el

Geogebra, o alguna otra herramienta de representación de funciones como pueden ser *Graphsketch* o *Fooplot* (estas dos últimas precisan de conexión a Internet).

La metodología consiste en que los alumnos representen diferentes parábolas, en alguna de las herramientas mencionadas anteriormente, y que consigan extraer conclusiones interesantes acerca de los tres parámetros de la función cuadrática 'a', 'b' y 'c' de la ecuación general de la parábola (ax^2+bx+c). Estas conclusiones serán apuntadas en la ficha que se les repartió, para su posterior corrección. La ficha deberá ser rellenada en el aula, conforme se vayan presentando las diferentes cuestiones, para no inducir a equivocaciones ni a olvidos.

Sesión 8.

Conforme se haya familiarizado a los alumnos con la noción de parábola, el siguiente paso consistiría en que aprendan a representarlas. Con ayuda de un problema contextualizado se explicará a los alumnos, paso a paso, el método a seguir para la representación de parábolas, esto es, el cálculo del vértice, los puntos de corte con los ejes y la tabla de valores con puntos próximos al vértice. Previamente a proceder a esta explicación, se preguntará a los alumnos por el tipo de parábola fruto del enunciado (si tendrá un máximo o un mínimo, o hacia dónde apuntarán las ramas), con el objetivo de verificar que entienden la situación que van a representar gráficamente.

Para que practiquen la estrategia de resolución, se propondrán más o menos ejemplos, en función del tiempo que reste, disponiendo a los alumnos por parejas para efectuarlos en el aula. La corrección de los ejercicios se llevará a cabo en el aula para solventar dudas o dificultades.

Sesión 9.

Para repasar los contenidos relacionados con las parábolas, se realizará un cuestionario *plickers* (Cuestionario 3, ver Anexo III) al inicio de la sesión, que permita al docente establecer los puntos flacos susceptibles de ser repasados o tratados nuevamente.

El resto de la sesión proseguirá con la resolución de ejercicios de funciones cuadráticas empleando para ello las TIC (ver Anexo IV). En particular, se recurrirá al *Microsoft Excel* o al *Libre Office Calc*, según proceda.

Sesión 10.

Con la idea de fomentar la creatividad de los alumnos en el ámbito de las matemáticas, concretamente en las funciones, se propondrá para esta sesión una actividad manipulativa. Según Uicab (2009), los recursos tangibles son cualquier tipo de material u objeto susceptible de ser tocado o palpado por el alumnado, que pueda ser utilizado para observar y experimentar un determinado concepto matemático. No obstante, si se emplean como material didáctico, deben cumplir la condición de que proporcionen un aprendizaje significativo en el estudiante capaz de desarrollar aspectos vinculados al razonamiento, la comunicación tanto oral como escrita, la creatividad, la socialización y el autoconocimiento.

Siguiendo estos principios, se brindará a los alumnos la posibilidad de realizar un dibujo creativo usando únicamente funciones como líneas de trazado. Para ello se entregará a los alumnos diferentes trozos de lana de varios colores, que tendrán que pegar en una cartulina trazando el dibujo deseado. Una vez hayan terminado el boceto, se elegirán algunos al azar para comentar sus características. El docente realizará una serie de preguntas, que tendrán que contestar los estudiantes, del tipo: *¿cuántas parábolas tienen el signo de 'a' negativo? ¿Esta línea qué tipo de pendiente tiene? ¿Cuál de estas dos líneas tiene la pendiente más pronunciada? ¿Cuál de estas parábolas tendría un valor mayor del coeficiente 'a'?* De esta forma se repasarían los conceptos trabajados en todas las sesiones anteriores.

Como punto culmen de la actividad se podrían decidir, por votación, los mejores bocetos y sus autores recibirían algún tipo de recompensa ya fuese material, por ejemplo algún tipo de material escolar, o calificativa, mediante un leve incremento en la calificación final. De esta manera se incentivaría al alumnado a diseñar bocetos elaborados y originales.

Sesión 11.

Esta sesión consistirá en una clase de repaso de todos los contenidos abordados en la presente unidad didáctica, mediante la realización de dos tareas: un cuestionario *pickers* (Cuestionario 4, ver Anexo III) para repasar conceptos, y una serie de problemas que se llevarán a cabo mediante el método de *lápices al centro*, para repasar procedimientos. Estos problemas serán los mismos que se diseñaron en las

sesiones 9 y 10 (salvo el primero) de la anterior unidad didáctica. Por último se corregirán los problemas en la pizarra.

En el caso de detectar insuficiencia temporal o demasiados errores en la ejecución de los problemas, el repaso final se podría plantear en dos sesiones.

Sesión 12.

Como último punto de la unidad didáctica, se procedería a la elaboración de una prueba escrita (ver Anexo VI) que contenga todo el contenido tratado a la largo de la unidad didáctica.

4.4. PROPUESTA DE EVALUACIÓN.

En primer lugar conviene establecer las diferencias entre evaluar y calificar pues no es lo mismo una cosa que la otra. Alcaraz (2015) asume que la evaluación no sólo sirve para determinar si el alumno está aprendiendo, sino que uno de sus cometidos fundamentales supone que el docente se cerciore de que se están propiciando las condiciones necesarias para que tenga lugar dicho aprendizaje. Por esta razón, muchos autores están de acuerdo en que la evaluación condiciona el proceso de enseñanza-aprendizaje desde el inicio hasta el final.

Azcárate (2006) constata que los docentes suelen establecer la evaluación como una estrategia separada del proceso de enseñanza-aprendizaje concebida como una herramienta válida, únicamente, para controlar el final de dicho proceso. Nada más lejos de la realidad, pues la evaluación es un instrumento increíblemente útil tanto para el docente como para el alumnado. Por un lado, permite determinar aquellos conocimientos que están adquiriendo correctamente o no, aquellos que están siendo evaluados. Por otro, ofrece al docente la oportunidad de modificar su estrategia didáctica en caso de no obtener los resultados deseados, esto es, le brinda la ocasión de evaluar su propia práctica docente. Por estas dos razones, es conveniente evaluar durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, y no solo al final, atendiendo al tipo de instrumentos y al momento en que se van a emplear.

En la propuesta de actividades de la presente unidad didáctica se han organizado las sesiones de manera que constantemente se esté evaluando el proceso de enseñanza-aprendizaje. Las herramientas que se emplean para tal fin son:

cuestionarios *pickers*, ya que proporcionan respuestas inmediatas; fichas, que el docente propondrá en algunas sesiones, a modo de repaso o síntesis de lo aprendido; ejercicios utilizando herramientas TIC, que los alumnos entregarán al docente para su corrección; rúbricas de coevaluación en las que los alumnos evaluarán el trabajo y la participación de los compañeros; rúbricas para determinar las competencias que se están desarrollando y los conocimientos adquiridos; y, por último, un examen escrito, realizado a modo de síntesis de los contenidos trabajados. Sin olvidar por supuesto la pequeña nota extra atribuida la actividad creativa.

Desde el punto de vista del docente, con la ayuda de todos estos instrumentos, se podrá efectuar, desde el inicio hasta el final de la unidad, un seguimiento de la evolución del conocimiento adquirido por parte de los estudiantes, así como de los errores o dificultades presentados en el proceso de aprendizaje. De igual modo, a través de un correcto seguimiento, se podrá determinar la efectividad del método empleado con la finalidad de realizar modificaciones, en caso de que fuese necesario. Ejemplos de esto último, podría ser incrementar el énfasis en algún concepto determinado, así como cambiar, eliminar o incorporar alguna actividad, o reestructurar el modelo didáctico de referencia, siempre en favor del aprendizaje del alumno.

En cuanto a la evaluación, Monereo (2009) afirma que: “modificando la manera en que evaluamos aquello que aprenden nuestros alumnos tenemos la posibilidad de modificar lo que realmente aprenden y, consecutivamente, también tenemos la oportunidad de modificar el modo en que se enseña lo que aprenden.” (p.9).

El seguimiento del aprendizaje se llevará a cabo a través de los cuestionarios *pickers* y de las fichas que deberán rellenar los alumnos, aunque los cuestionarios no formarán parte de la calificación de la unidad didáctica. Este tipo de tareas ayudarán al docente a reflexionar sobre el ritmo de aprendizaje de cada alumno, la efectividad de la metodología y la necesidad de reforzar algunos conceptos.

Con la técnica de aprendizaje cooperativo, empleado en varias ocasiones, se evaluará la participación de los alumnos en las tareas, así como determinados valores, salvaguardando que en esta ocasión no le corresponderá al docente esta labor, sino a los propios alumnos. Por medio de rúbricas (consultar Anexo X), se

evaluarán principios morales y éticos tales como la responsabilidad, la justicia, la tolerancia, la igualdad, el respeto, el colectivismo y la libertad que Azcárate et al. (2015) presentan en su trabajo de investigación, relacionado con la sostenibilidad curricular. A este respecto, Azcárate (2006) asegura que: “puesto que el alumno es un participante esencial en su aprendizaje, su papel en los procesos evaluadores no puede estar en segundo plano.” (p.116).

Como futuros docentes debemos escatimar en que lo único importante no es el examen, sino que lo verdaderamente valioso es aprender, y no solo en lo referido a aprender matemáticas sino aprender a interpretar resultados, a trabajar en equipo, a emitir juicios valorativos, a respetar a los compañeros y un largo etcétera.

Alcaraz (2015) define la evaluación como:

“Un proceso planificado y horizontal a través del cual el profesorado recoge y devuelve información sobre los procesos y los contextos de su aula, con el fin de conocer, analizar, y comprender todo aquello que pueda estar influyendo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, con la intención de mejorar la calidad del aprendizaje –de su alumnado y del suyo propio–. La evaluación más que un proceso, es una forma de vivir en –y para– el aula.” (p.186).

En un acto de enmendar la filosofía de la evaluación tradicional, centrada en el final del proceso y no en todo el desarrollo del mismo, se propone incluir los instrumentos, anteriormente mencionados, en el sistema de calificación de la unidad didáctica. El porcentaje asignado a cada uno de dichos instrumentos, se recoge en la tabla 4.

Tabla 4.

Método de evaluación de la nueva unidad didáctica. Nota. Elaboración propia del autor.

INSTRUMENTO	PORCENTAJE
Fichas	10%
Ejercicios TIC	10%
Rúbricas de coevaluación	20%
Rúbricas de aprendizaje	30%
Examen	30%
TOTAL	100%

Como se puede ver en la tabla 4, en la nueva evaluación el peso del examen escrito es considerablemente inferior al propuesto en la unidad anterior porque, tal y como se ha argumentado al inicio de este apartado, la evaluación no ha de realizarse

únicamente al final del proceso de enseñanza-aprendizaje, sino durante el mismo. Por esta razón, se han contabilizado también las fichas y los ejercicios que habrán llevado a cabo los alumnos mediante el empleo de herramientas TIC.

Otro instrumento que se contabilizará en la calificación final, con un peso bastante significativo, será el trabajo realizado en grupo, las competencias matemáticas adquiridas y los contenidos aprendidos, evaluado mediante rúbricas. El trabajo cooperativo se evaluará a través de rúbricas, aunque serán los alumnos quienes coevaluarán el trabajo y la implicación de sus compañeros en el trabajo en grupo, dado que es la mejor manera de involucrarlos en el proceso de evaluación y que se tomen el trabajo cooperativo en serio.

Los resultados de los cuatro cuestionarios *pickers* no han sido reflejados en la calificación de los alumnos, puesto que se trata de un instrumento cuya finalidad tiene su fundamentación en ayudar al docente a evaluar su metodología y a plantear modificaciones en caso de que se considere necesario. Estos cuestionarios se emplearán, a priori, para ayudar al docente a llevar un seguimiento del ritmo de aprendizaje de los alumnos.

5. CONCLUSIONES.

Como puede comprobarse, de la unidad didáctica predecesora se han conservado, fundamentalmente, los objetivos, contenidos, las competencias implicadas y algunos ejercicios (incluidos algunos ejercicios del examen). En contraposición, se han modificado los roles del alumno y del docente, otorgando un mayor protagonismo al primero, la metodología, los tiempos dedicados a las diferentes tareas, los recursos utilizados y la evaluación. Con estos cambios se pretende motivar a los estudiantes hacia la asignatura de las matemáticas mostrándoselas desde una perspectiva más atractiva e intentando involucrarles lo máximo posible a través de recursos TIC y actividades creativas, participativas y cooperativas.

La metodología del proceso de enseñanza-aprendizaje del siglo XXI no debería ser la misma que se empleaba en el siglo pasado, ya que la sociedad ha cambiado y lo sigue haciendo a una velocidad de vértigo. Las nuevas tecnologías están a la orden del día y conviene que, de la misma manera que la sociedad se actualiza conforme surgen nuevas aplicaciones o dispositivos electrónicos, deben hacerlo también los

centros educativos. Los docentes del presente, y del futuro, deben enseñar a los alumnos a usar nuevas estrategias de estudio más dinámicas, útiles y actualizadas, que sirvan a los futuros ciudadanos a valerse en la sociedad en la que vivimos. Este proceso de cambio comienza con la formación del profesorado, quien debe investigar, informarse e incluir nuevas técnicas, modelos, instrumentos, recursos y actividades, en su quehacer diario como educador de los habitantes de la sociedad del mañana.

Además de los elementos tecnológicos, se debe inculcar a los alumnos una serie de valores como son el respeto, la tolerancia, la solidaridad, la perseverancia, la igualdad, la colaboración, etc., que ayuden a establecer relaciones sanas y duraderas con todas las culturas, no sólo la nuestra. Para eso, el trabajo colaborativo, ya sea en pareja o en grupos, contribuye a que el alumnado crezca como persona adulta con habilidades lingüísticas y sociales. La heterogeneidad de las aulas puede potenciar que se produzcan situaciones en la que entren en juego este tipo de habilidades, si se maneja con especial cuidado y atención.

Es importante, a su vez, que se favorezca un clima de trabajo en el aula donde los estudiantes puedan participar y expresar sus ideas sin miedo a ser catalogados de torpes, vagos o a sufrir algún tipo de burla por parte del resto de la clase. Para evitar estas situaciones, el docente ha de ejercer de moderador, regulador y regidor del clima de la clase. No hay que olvidar que los alumnos de secundaria están en la etapa de la adolescencia, y es en esta etapa donde muchos de ellos forjarán su carácter, su ideología, su autoconcepto, y sentarán sus primeras bases en lo que a relaciones interpersonales se refiere. El docente, como educador, debe atender a la convivencia del aula, intercediendo cuando la ocasión lo requiera para propiciar el mejor clima posible.

Como se puede concluir, a partir de este análisis, la tarea del docente no es sencilla y requiere de capacitación, formación y tareas de investigación por parte de la persona que quiera dedicarse a esta profesión, pues el futuro de la sociedad depende, en gran parte, de ello.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo. Villa María: Universidad Nacional de Villa María.
- Abrego, R. F., Gómez, M. y Rivero, I. (2013). Tecnologías educativas y estrategias didácticas: criterios de selección. *Revista educación y tecnología*, 3, 190-206.
- Acosta, M. L. y Joya, A. (2013). Ingeniería didáctica para la enseñanza de la función lineal: análisis preliminar. *Investigación y Ciencia del Gimnasio Campestre. Revista el Astrolabio*, 12 (2), 115-127.
- Alcaraz, N. (2015). Evaluación versus calificación. *Aula de Encuentro*, 17(2), 209-236.
- Alsina, A. y Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Suma*, 56, 23-31.
- Arcavi, A. (2006). Lo cotidiano y lo académico en Matemáticas. *Números. Revista Didáctica de las Matemáticas*, 63, 3-23.
- Argudín, Y. (2001). Educación basada en competencias. *Educación: revista de educación/nueva época*, 16, 1-29.
- Azcárate, P. (2006). Propuestas alternativas de evaluación en el aula de Matemáticas. En J. M. Chamoso y J. Durán (Ed), *Enfoques actuales en la Didáctica de las Matemáticas* (pp. 187-220). Madrid, España: MEC, Colección Aulas de Verano.
- Azcárate, P., García-González, E., Jiménez-Fontana, R. y Navarrete, A. (2015). Dimensión ética de la sostenibilidad curricular en el sistema de evaluación de las aulas universitarias. El caso de la enseñanza aprendizaje de las Ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 12(3), 536-549.
- Cabero, J. (2004). No todo es Internet: Los medios audiovisuales e informáticos como recursos didácticos. *Comunicación y Pedagogía: Nuevas tecnologías y recursos didácticos*, 200, 19-24.

- Carvajal, Y. J. y Vega, Y. (2014). *El concepto de función: un análisis epistemológico de algunos textos de la reforma de las matemáticas modernas y algunos textos actuales en Colombia*. Trabajo de grado para optar por el título de Licenciadas en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia.
- Cerda, J., Fernández, M. y Meneses, J. (2014). Propuesta didáctica con enfoque constructivista para mejorar el aprendizaje significativo de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 38, 33-49.
- D'Amore, B. y Fandiño Pinilla, M. I. (2002). Un acercamiento analítico al “triángulo de la didáctica”. *Educación matemática*, 14(1), 48-61.
- Flores, R. D. C. y Gómez, J. (2010). Un estudio sobre la motivación hacia la escuela secundaria en estudiantes mexicanos. *Revista electrónica de investigación educativa*, 12(1), 1-18.
- García, M. A. y Farfán, R. M. (2005). El concepto de función: un breve recorrido epistemológico. En Lezama, J.; Sánchez, M.; Molina, J. G. (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 489-494). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Gómez-Chacón, I. M. (2005). *Motivar a los alumnos de secundaria para hacer matemáticas*. Matemáticas PISA en la práctica. Madrid: MEC.
- González, J. L. (2003). Competencias en educación matemática. *Didáctica de la Matemática*. Universidad de Málaga. Recuperado el 5 de julio de 2017 de: http://114.red-88-12-10.staticip.rima-tde.net/mochila/sec/monograficos_sec/ccbb_ceppriego/mates/aspgenerales/Competencias_basicas_en_Educacion_Matematica%20Gonzalez%20Mari.pdf.
- Guamán, A., & Rodrigo, J. (2011). El modelo didáctico espontaneista activista de la geometría, durante la función mediadora del docente, para promover un aprendizaje constructivista en los estudiantes del octavo año del centro de educación general básica 24 de octubre de la comunidad la Cocha, parroquia Zumbahua, cantón Pujilí, provincia de Cotopaxi, Ecuador, durante el tercer trimestre del período lectivo 2010-2011 (tesis de grado). Universidad Estatal de Bolívar, Guaranda, Ecuador.

- Henao, S. M. y Vanegas, J. A. (2012). La modelación matemática en la educación matemática realista: producción y uso de modelos cuadráticos. En G. Obando (Ed), *Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 265-270. Medellín, Colombia: Sello Editorial Universidad de Medellín. Recuperado el 6 de junio de 2017 de: <http://funes.uniandes.edu.co/2518/1/Lamodelaci%C3%B3nHenaoAsocolme2012.pdf>
- Heuvel-Panhuizen, M. V. (2009). El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: Ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje. Primera parte. *Correo del maestro*, 160, 36-44.
- Heuvel-Panhuizen, M. V. (2009). El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: Ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje. Segunda parte. *Correo del maestro*, 161, 20-38.
- Lozano, M. E. D., Haye, E. E., Montenegro, F. y Córdoba, L. M. (2015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 41, 20-38.
- Monereo C. (2009). La autenticidad de la evaluación. En Castelló M. (Coordinador). *La evaluación auténtica en enseñanza secundaria y universitaria*, Barcelona, Edebé (en prensa).
- Onrubia, J. (1993). La atención a la diversidad en la enseñanza secundaria obligatoria. *Aula de innovación educativa*, 12, 45-50.
- Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*. Andalucía, 28 de julio de 2016, 144, pp. 108-396.
- Peralta, J. X. (2002). Dificultades para articular los registros gráfico, algebraico y tabular: El caso de la función lineal. *Memorias de la XII Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas*, 166-173. Universidad de Sonora, Hermosillo, México.

- Prieto, L. (2006). Aprendizaje activo en el aula universitaria: El caso del aprendizaje basado en problemas. *Miscelánea Comillas. Revista de Ciencias Humanas y Sociales*, 124(64), 173-196.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 3 de enero de 2015, núm. 3, pp. 175-176.
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rivo (Eds.), *Educación Matemática*, 69-96. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Rosario, J. (2010). *La educación virtual: un espacio de interactividad y de aprendizaje activo*. Extraído el 11 de julio de 2017 de: <http://site.ebrary.com.bibezproxy.uca.es:2048/lib/bibucascb/detail.action?docID=10378088&p00=la+educaci%C3%B3n+virtual%3A+espacio+interactividad+aprendizaje+activo>.
- Tapia, J. A. (2005). Motivación para el aprendizaje: la perspectiva de los alumnos. En Ministerio de Educación y Ciencia (Ed.), *La orientación en centros educativos*, 209-242. Madrid: MEC.
- Zolkower, B., Bressan, A. y Gallego, F. (2006). La Corriente Realista de Didáctica de la Matemática. Experiencias de un Grupo de Docentes y Capacitadores. *Yupana*, 1(3), 11-33.
- Uicab, G. R. (2009). Materiales tangibles. Su influencia en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1007-1013). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Webgrafía.

<https://www.graphsketch.com>

<https://www.plickers.com>

www.fooplot.com

<http://matematico.es/competicion/mapa/capitulo/?cap=19&na=0>

<http://matematico.es/competicion/mapa/capitulo/?cap=23&na=0>

<http://matematico.es/competicion/mapa/capitulo/?cap=24&na=0>

Libre Office Calc

Microsoft Excel

ANEXOS

ANEXO I. Unidad Didáctica previa.**ÍNDICE**

1. MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA.....	52
2. OBJETIVOS.....	55
2.1. OBJETIVOS GENERALES.....	55
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	57
2.3. OBJETIVOS BASADOS EN LA EDITORIAL ANAYA.....	57
3. COMPETENCIAS.....	58
3.1. COMPETENCIAS CLAVE.....	58
3.2. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS DE NISS.....	60
4. CONTENIDOS.....	63
4.1. CONCEPTOS.....	63
4.2. PROCEDIMIENTOS.....	64
4.3. CONTENIDOS ACTITUDINALES.....	65
5. METODOLOGÍA.....	65
5.1. ROL DEL DOCENTE.....	68
5.2. ROL DEL ALUMNO.....	68
5.3. RECURSOS.....	68
6. TEMPORALIZACIÓN Y SECUENCIACIÓN.....	69
7. EVALUACIÓN.....	75
8. ADAPTACIONES CURRICULARES.....	78
9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	79
 ANEXOS	 82
SESIONES.....	83
EXAMEN.....	94
FICHA DE INDICACIONES PARA LA SESIÓN TIC.....	96
FICHAS ELABORADAS POR LOS ALUMNOS.....	98

1. MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA.

Chrobak y Leiva (2006), conciben el modelo didáctico como una herramienta fundamental necesaria para establecer un vínculo entre los conocimientos impartidos en el aula y la intervención práctica del docente. Como cualquier ejercicio práctico se basa en una fundamentación teórica, la intervención del docente debe respaldarse en función de alguna estructura teórica.

En esta época, en la que constantemente se sufren cambios o reformas en el sistema educativo, cada vez con más ahínco se investiga sobre la educación en las aulas. Las escuelas han pasado de ser centros meramente de transmisión de conocimientos a través de la memorización y la repetición a ser centros en los que preocupan otra serie de cuestiones. La educación secundaria actual, está destinada a formar jóvenes que puedan encajar en la sociedad actual. En este punto, cobran mayor importancia los conocimientos prácticos frente a los conocimientos teóricos. La figura del docente debe plantearse qué tipo de ciudadano demanda la sociedad actual y, en función de la respuesta, seleccionar un modelo didáctico que ajuste la enseñanza a dicha demanda.

Otro aspecto fundamental que se debe tener en cuenta en la práctica docente recae sobre el alumno. Un modelo didáctico debe considerar los intereses y motivaciones de los estudiantes, especialmente en este momento en el que la tasa de absentismo de alumnos en España se encuentra en torno al 24% de los estudiantes. Para paliar este desagravio, es imprescindible tomar en consideración la motivación del alumnado.

Aparte de los aspectos que ya se han comentado, existen otros que también deberían tenerse en cuenta en la práctica docente. Atendiendo a diferentes factores que pueden intervenir en un modelo didáctico, se han llevado a cabo numerosos trabajos de investigación cuya finalidad recae en la búsqueda y análisis de nuevos modelos para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

García Pérez (1997) cataloga en cuatro los modelos didácticos atendiendo a aquello que se va a enseñar, la manera de enseñarlo, la finalidad y la evaluación de la enseñanza así como en las ideas e intereses de los estudiantes. Los cuatro modelos son: el tradicional, el tecnológico, el espontaneísta y el alternativo. La figura 1 refleja las características principales de dichos modelos:

CRITERIOS	MODELO DIDÁCTICO			
	Tradicional	Tecnológico	Espontaneísta	Alternativo
Enseñanza	Conocimientos disciplinarios Información conceptualizada	Contenidos preparados Conceptos y procedimientos	Contenidos presentes en la vida cotidiana Destrezas y actitudes	Conocimiento escolar (disciplinar, social y ambiental) Construcción del conocimiento
Ideas e intereses del alumnado	No se consideran	Sólo se consideran los errores conceptuales	No se consideran las ideas Sí se consideran los intereses	Centrado en los intereses y conocimientos previos
Método	Transmisión del conocimiento Clases expositivas Aprendizaje por reproducción	Exposición y dirección de actividades Actividades programadas Descubrimiento dirigido Metodología según la disciplina	Descubrimiento espontáneo Actividades múltiples abiertas y flexibles Trabajos en grupos El docente coordina y lidera	Descubrimiento por investigación Aprendizaje constructivo El docente coordina e investiga
Finalidad	Transmisión de la cultura Enseñanza de contenidos	Formación actual y eficaz Enseñanza de objetivos y destrezas	Contenidos reales Ideología	Enriquecimiento del conocimiento Entender y actuar en el mundo
Evaluación	Exámenes Reproducción de contenidos Atiende al producto	Realización de test y ejercicios Medición detallada del aprendizaje Atiende al proceso y producto	Destrezas y actitudes Observación y análisis del trabajo del alumno Atiende al proceso	Evolución del conocimiento Diversos instrumentos Retroalimentación Atiende al proceso

Figura 1. Modelos didácticos.

La presente unidad didáctica se ha diseñado teniendo en consideración las instrucciones proporcionadas por el tutor de prácticas. El tutor de prácticas es un docente cuya enseñanza sigue, principalmente, el modelo tradicional aunque a la hora de evaluar mezcla los modelos tradicional y tecnológico. En función de los aspectos sintetizados en la *figura 1*, se ha elaborado la siguiente tabla donde se refleja el tipo de modelo didáctico que se seguirá en la presente unidad didáctica:

CRITERIOS	MODELO DIDÁCTICO			
	Tradicional	Tecnológico	Espontaneísta	Alternativo
Enseñanza		XX	X	
Ideas e intereses del alumnado		XX	X	
Método	X	XX		
Finalidad		X		
Evaluación	X	XX		

Figura 2. Propuesta del modelo teórico.

Como se puede observar en la *figura 2*, esta unidad didáctica recoge características de tres modelos didácticos: el tradicional, el activista o espontaneísta y el tecnológico. Siguiendo los criterios establecidos (tipo de enseñanza, ideas o intereses de los alumnos, método, finalidad y evaluación), se dan algunos casos en los que coinciden dos modelos didácticos. Dado que lo habitual es que un modelo prevalezca sobre otro, se ha marcado con una doble cruz el modelo más representativo en función del criterio analizado.

A lo largo de las sesiones se pretende enseñar al alumnado una serie de contenidos previamente preparados que englobarán diferentes conceptos y procedimientos. No obstante, también se pretende contextualizar el contenido de la enseñanza a través de situaciones de la vida cotidiana. Dado que la unidad didáctica incluye una sesión TIC, los alumnos también desarrollarán otro tipo de destrezas y actitudes para encarar el aprendizaje.

Las ideas e intereses de los alumnos se tendrán en cuenta a lo largo de las diferentes sesiones. Posibles errores conceptuales se pueden preguntar al tutor, para saber cuáles son los fallos más habituales, o se pueden averiguar por observación conforme transcurran las sesiones. De esta manera, se podrán realizar modificaciones en la estructuración de las sesiones en caso de que sea necesario.

La metodología se va a asemejar más a un modelo tecnológico dado se han diseñado las sesiones para que los alumnos, a través de diferentes planteamientos, sean capaces de descubrir por sí mismos ecuaciones generales o determinadas características de algunos conceptos. Sin embargo, para que luego practiquen lo aprendido, se mandarán algunas actividades para que realicen en casa, con lo cual

parte del aprendizaje se va a sustentar en aprendizaje por repetición (característica propia del modelo tradicional).

La finalidad de la enseñanza recae en una formación más actualizada y eficaz que la mera transmisión de cultura. Para ello se propondrán ejemplos de situaciones de la vida real y se incluirá una sesión TIC en la que se les enseñará a manejar un programa que emplean multitud de empresas.

La evaluación no sólo consistirá en que los alumnos realicen una prueba escrita al final del proceso, sino que se evaluarán otros aspectos ligados al aprendizaje como pueden ser la actitud, la participación y ejercicios o fichas realizadas durante las sesiones. También se empleará la observación como método de evaluación del proceso de aprendizaje.

2. OBJETIVOS.

Se entiende por objetivos las metas que se pretenden conseguir durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se tratan, pues, de pautas que orientan dicho proceso. A continuación, se exponen los objetivos generales, los objetivos específicos para la asignatura de matemáticas y los objetivos establecidos en la editorial del libro de texto.

2.1.OBJETIVOS GENERALES.

En Andalucía, según se especifica en la Orden de 14 de julio de 2016, los objetivos perseguidos en la Educación Secundaria Obligatoria, consisten en desarrollar capacidades, hábitos, actitudes y valores en los alumnos que les permitan:

- Mejorar sus habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
- Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.

- Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
- Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
- Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
- Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
- Actuar ante los problemas que surgen en la vida cotidiana de acuerdo con métodos científicos y propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
- Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.

- Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
- Valorar las matemáticas como parte integrante de la cultura andaluza, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual, apreciar el conocimiento matemático acumulado por la humanidad y su aportación al desarrollo social, económico y cultural.

2.2.OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

Los objetivos específicos son los resultados esperables al llevar a cabo una determinada estrategia. En este apartado, entonces, se van a plantear aquellos objetivos que se pretenden lograr mediante esta unidad didáctica en función de las diferentes normativas.

En la Orden de 14 de julio de 2016 se especifican los objetivos establecidos para la asignatura de matemáticas de 3º de ESO académicas:

- Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.
- Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente.
- Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.
- Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.
- Expresiones de la ecuación de la recta.
- Funciones cuadráticas.
- Representación gráfica.
- Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.

2.3.OBJETIVOS BASADOS EN LA EDITORIAL ANAYA.

Los objetivos específicos que se pueden extraer en el libro de texto de Anaya que se emplea en el IES Almunia son los siguientes:

A) Para funciones lineales:

- 1) Representar funciones gráficamente, a partir de su ecuación algebraica.
- 2) Hallar la ecuación de la recta, a partir de su representación gráfica.
- 3) Hallar la ecuación de una recta, a partir de la pendiente y de un punto de la recta.
- 4) Hallar la ecuación de una recta, a partir de dos puntos de la recta.
- 5) Identificar problemas donde intervengan magnitudes directamente proporcionales.
- 6) Resolver problemas de la vida cotidiana mediante funciones lineales.

B) Para funciones cuadráticas:

- 1) Representar funciones gráficamente, a partir de su ecuación algebraica.
- 2) Identificar la función algebraica con su representación gráfica.

3. COMPETENCIAS.

Siguiendo al mismo tiempo las orientaciones de la didáctica de las matemáticas así como el marco legislativo actual, la función principal de la educación en secundaria consiste en formar ciudadanos capaces de responder tanto a demandas complejas como a realizar tareas de manera correcta en el ámbito de la vida cotidiana. Es por esta razón que el aprendizaje debe contribuir al desarrollo de competencias que impliquen combinar conocimientos, habilidades prácticas, motivación, valores y actitudes que permitan resolver tareas de manera satisfactoria.

Desde esta perspectiva y teniendo en cuenta la materia impartida, se describirán a continuación las competencias de las que se hace mención en el párrafo anterior.

3.1. COMPETENCIAS CLAVE.

Hace aproximadamente 30 años, la UNESCO estableció los principios en los que se basan las competencias curriculares en función de los siguientes cuatro pilares: “saber hacer, conocer, ser y convivir”. No obstante, no fue hasta 2003 que DeSeCo seleccionó y definió las actuales competencias clave que se deberían implantar en todos los países de la Unión Europea.

El enfoque integrador de los cuatro pilares implica que al mismo tiempo que se promueve la adquisición de la competencia matemática se desarrollen, simultáneamente, otras competencias en el individuo. A continuación se enuncian las competencias clave establecidas en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Tras enunciarlas se justificará de qué manera se atenderá a cada competencia en la presente unidad didáctica.

Competencia matemática y competencias basadas en ciencia y tecnología (CMCT).

- Aprender a interpretar la información que proporciona una gráfica.
- Desarrollar la capacidad para relacionar dos magnitudes mediante una ecuación, una tabla de valores o una gráfica.
- Aprender a interpretar la información que proporciona la pendiente.
- Aprender a interpretar los enunciados de los problemas.
- Aprender a interpretar el punto de corte de dos funciones.
- Desarrollar la capacidad de razonamiento lógico y crítico del alumno.

Competencia en comunicación lingüística (CCL).

- Aprender vocabulario nuevo específico de las matemáticas así como a saber emplearlo adecuadamente.
- Aprender a expresarse correctamente tanto de forma oral como escrita a la hora de formular y exponer ideas.
- Comprender los enunciados de los problemas.
- Aprender a traducir el lenguaje cotidiano en lenguaje matemático y viceversa.

Competencia digital (CD).

- Aprender a utilizar la herramienta *Libre Office Calc* para dibujar tablas de valores y gráficas de diferentes funciones en una hoja de cálculo.
- Aprender a utilizar la hoja de cálculo de *Libre Office Calc* para, de manera autónoma, verificar si sus ejercicios están o no correctos.

Competencia para aprender a aprender (CAA).

- Aprender a razonar matemáticamente situaciones de la vida cotidiana.
- Desarrollar autonomía respecto al manejo de herramientas informáticas.
- Desarrollar la capacidad de reflexión en función de una solución obtenida en un problema o tarea.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEE).

- Fomentar actitudes como la perseverancia, la planificación y la argumentación de las tareas.
- Despertar el gusto por el uso de las nuevas tecnologías como herramientas de trabajo y no sólo de diversión.

Competencias sociales y cívicas (CSC).

- Con esta unidad didáctica se fomenta también, mediante el criterio científico, la toma de decisiones en el ámbito social y en el ciudadano basándose en la interpretación de tablas de valores o gráficas. Por ejemplo, en gráficas que relacionen cantidad de un producto y su precio de diferentes empresas.

Conciencia y expresiones culturales (CEC).

- Estimular a los alumnos para que descubran la relación entre los conocimientos matemáticos y la vida real. Por ejemplo, se pueden llevar a cabo tareas en las que se relacionen dos magnitudes mediante una gráfica y que dicha representación les resulte familiar o que puedan extrapolar ese ejemplo a la posible relación entre otras dos magnitudes.

3.2. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS DE NISS.

La idea de la competencia matemática surge de plantearse el significado de la premisa *dominar las matemáticas*. El investigador Mogen Niss (2003) define la competencia matemática como la “habilidad para entender, juzgar, hacer y usar las Matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extramatemáticos en los que las Matemáticas juegan o podrían jugar su papel”. En la presente unidad didáctica están incluidas las ocho competencias matemáticas especificadas por Niss:

Pensar matemáticamente.

A la hora de representar una gráfica, los alumnos deben aprender a razonar cuál es el punto de partida, si existe o no un punto final y el tipo de trayectoria que cabe esperar. Por ejemplo, razonar acerca del significado del signo de la pendiente de una recta o si una parábola es cóncava o convexa en función del signo del parámetro que acompaña a la variable dependiente que está elevada al cuadrado.

También se pretende que comprendan otras características de las funciones como el origen de la ordenada en las funciones afines o la traslación de una parábola en función de los coeficientes de los términos que acompañan tanto a la variable dependiente (elevado a la unidad) como al término independiente.

Plantear y resolver problemas matemáticos.

Se plantearán diferentes problemas matemáticos, algunos serán abiertos y otros serán cerrados. Los alumnos deberán identificar y plantear ambos tipos de problemas.

Modelar matemáticamente.

El objetivo de algunas de las actividades planteadas consiste en que los alumnos, a partir de datos extraídos de la vida cotidiana, sean capaces de modelar ecuaciones matemáticas y comprobar su validez.

Argumentar matemáticamente.

En algunos ejercicios se propondrá que los alumnos asocien la ecuación de una función con su representación gráfica. Para ello deberán recurrir a determinados razonamientos matemáticos como pueden ser sustituir algunos puntos de la ecuación de la recta y comprobar que dichos puntos pertenecen a la representación gráfica o viceversa. En el caso de las funciones lineales, pueden recurrir al signo de la pendiente y, en el caso de las parábolas, al signo del parámetro que acompaña a la variable dependiente que está elevada al cuadrado.

Representar entidades matemáticas (situaciones y objetos).

Para la representación de funciones, los alumnos podrán recurrir a la expresión analítica, la representación gráfica o la tabla de valores. Se espera que aprendan a pasar de un tipo de representación a otra, entendiendo la relación existente entre ellas. Incluso, que aprendan a decidir la más adecuada en cada caso.

Utilizar los símbolos matemáticos.

En este bloque, los alumnos van a emplear diferentes tipos de notaciones. Por ejemplo, aprenderán que un punto en el espacio contiene dos coordenadas (la 'x' y la 'y') y que se escribe entre paréntesis, separados con una coma, la letra con la que se denomine debe escribirse con una letra mayúscula y sin intercalar un signo de igualdad entre la letra y las coordenadas.

Por el contrario, tanto en el dominio como en el recorrido, la letra se escribe en mayúscula, pero sí aparece el símbolo de igualdad y el rango puede escribirse entre paréntesis o entre corchetes en función de si un valor está incluido o no.

A esto hay que añadir que constantemente trabajarán con ecuaciones matemáticas que incluyen diferentes símbolos.

Otro tipo de notación que merece la pena mencionar es la que deriva del empleo de la hoja de cálculo donde se incluyen otro tipo de simbología para representar ecuaciones.

Comunicarse con las Matemáticas y comunicar sobre Matemáticas.

Para realizar de manera correcta cualquier tipo de problema, el alumnado debe comprender el enunciado del mismo, el significado de los datos que aportan y los dibujos o gráficas, en caso de que haya alguno de ellos.

Una vez que comprendan el enunciado de un problema, deberán expresar el procedimiento y el resultado de manera correcta. El resultado debe quedar claro para cualquier persona, ya sean los propios compañeros del grupo o el docente.

Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías).

Los alumnos trabajarán con calculadoras para realizar las cuentas de manera más rápida únicamente cuando los números sean relativamente complicados de calcular. Pero la calculadora no podrá ser en ningún momento de las que representan gráficas.

Por supuesto, en la sesión TIC, se les enseñará a manejar la herramienta de la hoja de cálculo para mostrarles una herramienta que les podrá ser útil en el futuro para representar gráficas. Otra razón para emplear esta herramienta es proporcionarles un cierto grado de autonomía y que puedan comprobar ellos mismos la solución de algunos ejercicios previamente a la fecha del examen.

4. CONTENIDOS.

Según queda establecido en la Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, los contenidos específicos que se deberían impartir en la asignatura de matemáticas académicas en 3º de ESO son:

- 1) Análisis y descripción cualitativa de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.
- 2) Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente.
- 3) Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.
- 4) Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.
- 5) Expresiones de la ecuación de la recta.
- 6) Funciones cuadráticas.
- 7) Representación gráfica.
- 8) Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.

De estos contenidos, los 3 primeros puntos corresponderían al primer tema denominado “*Funciones y gráficas*”, que impartió mi tutor; mientras que los 5 restantes corresponderían al segundo tema denominado “*Funciones lineales y cuadráticas*”, que corresponde al que yo voy a impartir del bloque de funciones.

4.1. CONCEPTOS.

Para esclarecer cuáles serán los conceptos que van a intervenir en la explicación del tema de funciones lineales y cuadráticas se ha elaborado el siguiente esquema:



Figura 3. Mapa de contenidos.

4.2. PROCEDIMIENTOS.

Los procedimientos que se van a llevar a cabo son:

- Modelado de la ecuación de una recta a partir de una gráfica.
- Representación gráfica de funciones lineales a partir de la ecuación analítica.
- Estudio de la pendiente mediante casos prácticos.
- Representación gráfica de una función conocidos un punto y la pendiente (ecuación punto pendiente) o conocidos dos puntos de la recta.
- Estudio conjunto de dos funciones lineales.

- Representación gráfica de funciones cuadráticas a partir del cálculo del vértice, algunos puntos próximos al vértice y los puntos de corte con los ejes.
- Resolución de problemas de la vida cotidiana en los que intervengan funciones lineales o cuadráticas.
- Estudio conjunto de una recta y una parábola.
- Empleo de herramientas TIC para representar gráficas y tablas de valores de diferentes funciones.

4.3. CONTENIDOS ACTITUDINALES.

Las actitudes que se pretenden fomentar en los alumnos son:

- Reconocimiento y valoración del uso del lenguaje gráfico en la representación y resolución de problemas tanto de la vida cotidiana como del ámbito científico.
- Valoración de la utilidad de las nuevas tecnologías en cuanto a la representación gráfica de diversos tipos de información.
- Percepción de las relaciones existentes entre el lenguaje gráfico y otros conceptos y lenguajes matemáticos.
- Curiosidad por investigar las diferentes relaciones entre magnitudes o fenómenos.
- Sensibilidad y necesidad de la precisión, el orden y la claridad a la hora de tratar y presentar datos y resultados.

5. METODOLOGÍA.

Una vez se han definido los objetivos que se quieren alcanzar con la unidad didáctica y los contenidos que se pretende que aprendan los alumnos, el siguiente paso consiste en decidir la metodología que se va a implantar para lograr dichos objetivos finales del aprendizaje.

Según defiende Fernández Bravo (2007), los principios metodológicos de la enseñanza matemática son los que se enumeran a continuación:

- 1) Discernir entre el concepto matemático y la notación matemática.

- 2) Fomentar el aprendizaje a través de cuestiones que desafíen a los alumnos a adquirir los conceptos matemáticos. Mediante el diálogo y la discusión, será el propio alumno quien encamine su respuesta hacia el acierto.
- 3) Propiciar los factores de necesidad, realidad, evidencia y curiosidad ya que forman parte del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.
- 4) Emplear modelos didácticos que favorezcan el descubrimiento de conceptos matemáticos por parte del alumnado de manera precisa y correcta. Por ejemplo, empleando las nuevas tecnologías.
- 5) Saber expresarse de manera clara para que el alumno entienda cualquier definición, enunciado, símbolo o representación. Las explicaciones deberían ser atractivas para los alumnos.
- 6) Proponer actividades simples pero también complicadas para que al alumno le resulte más fácil auto-corregirse.
- 7) Adaptar los contenidos matemáticos a situaciones pertenecientes a otros campos como el científico, el mundo natural o el mundo social.
- 8) Secundar cualquier intervención de un alumno relacionada con la adquisición o la ampliación del conocimiento.
- 9) Promover la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje de la matemática.
- 10) Atender a las diferentes capacidades de aprendizaje de los alumnos y a las respuestas incorrectas inintencionadas o debidas a un mal, que no ausente, razonamiento.

En general, la metodología que se va a seguir a lo largo de la realización de la presente unidad didáctica fomenta la participación, la actividad y el dinamismo de los alumnos.

Se propondrán ejemplos o problemas, según proceda, en los que constantemente se plantearán cuestiones a los alumnos. Por un lado, en el caso de los problemas, se llevarán a cabo cuestiones relacionadas con los procedimientos involucrados en la resolución de los problemas y la veracidad de los resultados para fomentar el desarrollo del razonamiento crítico. Por otro lado, en el caso de los ejemplos, las cuestiones estarán relacionadas con las características o las propiedades de los

conceptos que se están explicando mediante dichos ejemplos con la intención de facilitar la asimilación de los conceptos o de sus propiedades.

De esa manera, en el sistema de enseñanza-aprendizaje intervendrán el docente y los propios alumnos, rompiendo con la escuela tradicional donde predominan las clases magistrales en las que el docente expone y el alumno memoriza.

Burgos García (2009) establece una serie de principios psicopedagógicos y otros didácticos, derivados de los anteriores, que se deberían sopesar en la planificación de cualquier unidad didáctica. Dichos principios son:

Principios psicopedagógicos.

- Establecer como punto de partida el nivel de desarrollo de los alumnos. Esto implica informarse de los conocimientos previos que el alumno ya posea.
- Promover el aprendizaje significativo, reparando en el contenido y en la motivación de los estudiantes.
- Fomentar la autonomía del aprendizaje del alumno. Dicho de otra forma, fomentar la competencia de aprender a aprender.
- Modificar los esquemas de conocimiento de los alumnos.
- Estimular la actividad o la interacción de los alumnos.

La finalidad de estos principios consiste en que sea el propio alumno quien el promotor de su propio aprendizaje como fruto de relacionar conceptos entre sí y mediante experiencias y conocimientos que el docente le aporte.

Principios didácticos:

- Intuición. Favorece la proyección de imágenes mentales.
- Motivación. Implica la explicación de los contenidos de manera atractiva para los alumnos. Incluye elogiar los logros y minimizar los errores con idea de potenciar la relación entre iguales.
- Individualidad y atención a la diversidad. Se deben tener en cuenta las cualidades y el nivel de madurez de cada alumno.
- Sociabilidad. Se debe atender al clima de la clase favoreciendo la armonía y valores como el respeto, la tolerancia, la igualdad, etc.
- Creatividad. En los centros educativos se debería impulsar la creatividad de los estudiantes.

Atendiendo a los diferentes roles del docente y del alumno se pueden reflejar las características de cada uno como sigue en los sucesivos apartados.

5.1.ROL DEL DOCENTE.

El principal papel del docente recae en la motivación del alumnado. Sin embargo, esta figura seguirá siendo el controlador de la información a la vez que orientador y evaluador del aprendizaje de cada alumno.

Este tipo de rol se ajusta al modelo didáctico tecnológico en el que, además de las características anteriormente señaladas, se podría incluir el papel de guía de los estímulos, respuestas y los reforzamientos necesarios que impliquen la aparición de las conductas deseadas en el alumnado.

5.2.EL ROL DEL ALUMNO.

La principal característica de la figura del alumno es su papel activo. Cada alumno, según este método, buscará cualquier oportunidad individual donde demostrar su incremento de conocimientos o su capacidad de comprensión en la materia.

Este tipo de estrategia fomenta la cooperación del alumno en el proceso de aprendizaje lo que, a su vez, facilita que el alumno encuentre mayor utilidad, significado y relevancia de aquello que ha aprendido.

5.3.RECURSOS.

Por último, en lo referente a los materiales que se van a emplear, a continuación se comentará cada uno por separado:

- Pizarra de bolígrafos. Será el principal apoyo del proceso de aprendizaje. No sólo hará uso de ella el docente sino también los alumnos. De hecho, serán precisamente los alumnos quienes hagan mayor uso de ella.
- Libro de texto. Se empleará sobre todo para que los alumnos realicen ejercicios.
- Cuaderno del alumno. El cuaderno del alumno recoge tanto la teoría como los ejemplos y las tareas realizadas. El docente lo supervisará cuando lo crea conveniente para hacer un seguimiento individualizado del trabajo de cada alumno.

- Proyector. Se empleará para mostrar gráficas de manera exacta a modo de apoyo de algunas explicaciones.
- Ordenadores. Se emplearán en la sesión TIC destinada a que los alumnos aprendan a manejar la herramienta *Libre Office Calc*.
- Fichas/fotocopias. Se entregarán a los alumnos como complemento de algunas explicaciones y para que los alumnos realicen algunas actividades que el docente pueda corregir previamente al día examen. Servirán como material de repaso y de seguimiento del aprendizaje.

6. TEMPORALIZACIÓN Y SECUENCIACIÓN.

Esta unidad didáctica corresponde a la segunda parte del bloque de funciones. Previamente a mi incorporación al aula, ya se ha impartido la primera parte que se correspondería con el tema de “Funciones y gráficas”. En este tema, los alumnos han estudiado los conceptos de función, variables dependiente e independiente, dominio, recorrido, crecimiento y decrecimiento, máximo y mínimo relativo, tendencia, funciones periódicas, funciones continuas y discontinuas y una breve introducción de la expresión analítica.

En cuanto a la temporalización de la actuación en el aula, se ha estimado oportuno que esta lección debe impartirse en un total de doce sesiones. Realmente, serían once teniendo en cuenta que la duodécima consistiría en la realización de la prueba escrita.

El tipo de actividades diseñadas en esta unidad didáctica siguen el orden establecido por Burgos García (2009). Así pues, se pueden agrupar en:

- Actividades de introducción. Son aquellas que se emplean para detectar las ideas previas de los alumnos, introducir la lección que se va a explicar y para motivar a los alumnos con respecto al contenido que se va a impartir.
- Actividades de desarrollo o consolidación. Constituyen la parte fundamental de la secuencia didáctica ya que son estas actividades las que permiten que los alumnos trabajen los contenidos especificados.

- Actividades de ampliación. Permiten que los alumnos profundicen en el nivel de conocimiento mediante tareas más complejas.
- Actividades de refuerzo. Son aquellas actividades que inciden en los conocimientos aprendidos en las actividades de desarrollo o consolidación.
- Actividades de repaso. Su finalidad es que los alumnos revisen los conocimientos adquiridos a lo largo de la lección.

En este caso concreto, las actividades de introducción no se llevarán a cabo puesto que mi segunda incorporación al aula ha coincidido con el momento en el que mi tutor se disponía a impartir la introducción de mi unidad didáctica, esto es, el tema de “Funciones y gráficas”. Esto me ha dado la posibilidad de detectar las ideas previas que tenían los alumnos en lo que respecta al temario que yo voy a impartir.

Atendiendo a esta clasificación, se han diseñado un total de once sesiones que se resumen a continuación:

Sesión 1. Actividad de desarrollo.

A partir de un problema y mediante preguntas guiadas, se intentará que los alumnos razonen las propiedades de la función de proporcionalidad: pendiente de una recta y ordenada en el origen en el punto $(0, 0)$ y la ecuación de la recta.

El siguiente ejercicio propuesto consistiría en proponer algunas ecuaciones en clase donde los alumnos tuviesen que representar una gráfica a partir de una función dada y calculasen la pendiente. En principio se propondrían voluntarios para resolver estos ejercicios quienes podrían recibir ayuda de sus propios compañeros. Según respondan los alumnos, se mandarían algunos ejemplos más para casa o se realizarían en el horario de clase. Con ayuda de esta actividad, los alumnos aprenderán a relacionar el signo de la pendiente con la propiedad creciente o decreciente de la función.

Con esta metodología se pretende favorecer el dinamismo de la clase, fomentando la participación de los alumnos, a la vez que se activa su razonamiento matemático. Los alumnos construyen su aprendizaje en lugar de que el docente explique los contenidos.

Sesión 2. Actividad de desarrollo.

Al inicio de la sesión, se repasará mediante preguntas orales la ecuación de la función proporcional y sus características.

A continuación, se procedería a la explicación de la función afín mediante la resolución de un problema de la vida cotidiana. Tras la realización de este problema, se pedirá a los alumnos que generalicen la ecuación de la función afín y se les hará razonar acerca de las propiedades de la función afín: ordenada en el origen, pendiente. Asimismo, se realizarán una serie de preguntas para afianzar los conceptos del tipo *¿se parece la función afín a la proporcional? ¿En qué o en qué se diferencian?* Se pretende conseguir que los alumnos concluyan que la función proporcional es un caso particular de la función afín.

Llegados a este punto, se puede presentar el otro caso particular de la función afín que es la función constante mediante una actividad.

Una vez hayan realizado esta actividad, se realizarían una serie de preguntas con la intención de hacerles pensar acerca de los tres tipos de pendientes a partir de las tres ecuaciones de las rectas. También se les podría pedir que dieran ejemplos de relación entre magnitudes y que razonaran acerca de lo que representarían las tres rectas.

Sesión 3. Actividad de repaso.

A falta de un día para las vacaciones de Semana Santa, considero que no merece la pena adelantar temario porque siendo el último día de clase, los alumnos no estarán muy predispuestos a aprender nuevos conceptos. Esta es la razón por la cual he decidido preparar una sesión de repaso en vez de continuar con el temario.

Otra circunstancia atenuante para elaborar este tipo de sesión es que mi tutor ya me adelantó que los últimos días de clase muchos alumnos se van de vacaciones perdiendo días de clase.

Como consecuencia, dado que a la vuelta del periodo vacacional me vería obligada a explicarlo de nuevo para aquellos alumnos que no hayan asistido a estas últimas clases, prefiero dedicar esta sesión a afianzar conceptos.

Sesión 4. Actividad de repaso y de desarrollo.

Esta sesión surge como consecuencia de la semana de vacaciones con motivo de la Semana Santa. Tras este periodo de descanso, resulta necesario comenzar la

sesión haciendo un breve repaso de los contenidos tratados en las primeras sesiones. En esta ocasión se comenzará corrigiendo la tarea que se mandó para casa.

El planteamiento de esta sesión implica que los alumnos trabajen en la propia aula. Por un lado se explicará de la ecuación punto-pendiente y se realizarán algunos ejemplos. Por otro, se explicaría la manera de obtener la ecuación de la recta a partir de dos puntos de la misma mediante un ejemplo y, de igual manera se realizarán ejemplos en clase.

Sesión 5. Actividad de desarrollo.

A lo largo de esta sesión, se llevarán a cabo una serie de problemas relacionados con situaciones de la vida cotidiana para poner en práctica los conocimientos adquiridos. Dichas actividades consistirán en representar funciones que relacionen la distancia recorrida en función del tiempo donde el movimiento sea uniforme.

Para contextualizar los problemas, se emplearán ciudades o pueblos que ellos conozcan y los protagonistas de los problemas serán personas cuyos nombres coincidan con algunos de los alumnos de la clase.

Sesión 6: Actividad de ampliación.

En esta sesión se va a tratar el punto de corte de dos rectas. Esta actividad se considera de ampliación puesto que se puede resolver gráficamente o resolviendo un sistema de ecuaciones con dos incógnitas. De hecho, los alumnos ya han trabajado con sistemas de ecuaciones en tema inmediatamente anterior al de las funciones.

Sesión 7: Actividades de ampliación con TIC.

En esta sesión se pretende que los alumnos aprendan a manejar una herramienta TIC para realizar una serie de ejercicios. En este caso, la herramienta utilizada será el *Libre Office Calc*, que es la versión gratuita equivalente al *Microsoft Excel* con la que se trabaja en el Instituto. El *Libre Office Calc* también les sirve para establecer la relación entre dos magnitudes, con lo cual esta sesión tiene una doble finalidad, que aprendan a emplear una herramienta TIC y que repasen los conceptos aprendidos en clase en las sesiones anteriores.

En este caso, se plantearán un total de cuatro ejercicios con la intención de representen gráficas mediante la elaboración de una tabla de valores. En un primer momento, realizarán los ejercicios a la vez que el docente, pero conforme se vayan familiarizando con la herramienta, se les dará un margen de tiempo para que sean ellos mismos los que empleen el programa de manera autónoma. Por supuesto, bajo la supervisión del docente.

Otra motivación extra para que aprendan a manejar esta herramienta consiste en que ellos mismos puedan corregirse los ejercicios o problemas mandados para casa o, incluso, para repasar para el examen.

Por todas estas razones considero tan importante la introducción de este elemento en el aula de trabajo. Además, la hoja Excel (o en este caso el *Libre Office Calc*) es una gran aliada en muchos campos de las matemáticas pero, también, en otras asignaturas.

Sesión 8: Actividades de desarrollo y de ampliación.

Antes de empezar a explicar teoría, se puede empezar la sesión jugando con los alumnos con una bola de papel. Al tirarles la bola de papel, se les haría una serie de preguntas acerca del tiro: *¿qué trayectoria dibuja la pelota en el aire? ¿Qué pasaría si la tirásemos desde más distancia? ¿Y si queremos que alcance más altura? ¿Qué otras cosas dibujan ese tipo de trayectoria?* De esta manera se puede generar curiosidad por este tipo de función a la vez que motivación pues ellos mismos pueden comprobar la aplicabilidad de este tipo de concepto matemático mientras se divierten.

Se podría llevar una pelota de plástico, pero una de papel resulta más inofensiva en caso de que algún alumno haga un uso excesivo de fuerza, o en caso de que la recepción del objeto no sea precisa. La pelota de papel no hace daño ni rompe nada.

A continuación se plantearía si con la ecuación de la función afín se podría calcular la trayectoria de esa bola de papel y por qué sí o por qué no. En caso de que los alumnos tengan clara la respuesta, se les intentaría animar a que razonasen alguna otra forma de describir la trayectoria para ver si son capaces de llegar a la conclusión de que se necesitaría emplear un polinomio de segundo grado.

Una vez trabajadas las nociones básicas, se proseguirá a explicar las funciones cuadráticas con algunos ejemplos en la pizarra de manera que animando a los alumnos a razonar algunas de las propiedades de las funciones cuadráticas. A modo de ayuda se les entregará un folio en la que se representen diferentes funciones. Será en este mismo folio donde anotarán las propiedades y características de las funciones cuadráticas.

Sesiones 9 y 10: Actividades de refuerzo.

Estas sesiones se emplearán para reforzar los conocimientos adquiridos en las sesiones anteriores. Es importante en estas sesiones resolver las dudas que aún no hayan sido despejadas acerca de los contenidos de la unidad. Será en este punto en el que se hará mayor hincapié.

Sesión 11: Examen.

Finalizado el periodo de trabajo de los contenidos de esta unidad, se efectuará un examen individual en la que cada uno de los alumnos demuestre los conocimientos adquiridos.

Con esta metodología se fomentan las diferentes competencias matemáticas y las competencias clave establecidas en la Orden ECD/65/2015. En la siguiente tabla se recogen cada una de las competencias que entran en juego en cada una de las diferentes sesiones diseñadas:

SESIONES	TIPO DE ACTIVIDAD	COMPETENCIAS
Sesión 1	Actividad de desarrollo	CMCT, CCL, CAA, CSC, CEC
Sesión 2	Actividad de desarrollo	CMCT, CCL, CAA, CSC, CEC
Sesión 3	Actividad de repaso	CMCT, SIEE
Sesión 4	Actividad de repaso y desarrollo	CMCT
Sesión 5	Actividad de desarrollo	CMCT, CSC, CEC
Sesión 6	Actividad de ampliación	CMCT, CCL,
Sesión 7	Actividad de ampliación	CMCT, CD, CAA, SIEE, CEC
Sesión 8	Actividad de desarrollo y ampliación	CMCT, CCL, CD, CAA, CEC
Sesión 9	Actividad de refuerzo	CMCT, CSC, CEC
Sesión 10	Actividad de refuerzo	CMCT, CSC, CEC

Sesión 11	Examen	CMCT, CCL, CSC, CEC
-----------	--------	---------------------

En el anexo, se encuentra el material complementario de todas y cada una de las sesiones que conforman la unidad didáctica.

7. EVALUACIÓN.

La evaluación es un procedimiento empleado para obtener información acerca de la efectividad del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ello, debe estar presente desde el comienzo del proceso educativo. La información recogida resulta de gran utilidad tanto para el docente como para los alumnos.

En el caso del docente, la información que proporciona la evaluación resulta de gran utilidad para realizar modificaciones en el método de enseñanza que favorezcan el proceso de aprendizaje de los alumnos. En este aspecto, el objeto de la evaluación sería el propio docente.

En el caso del alumnado, la información proporcionada está relacionada con la adquisición de conocimientos y con el desarrollo de ciertas capacidades y habilidades. Dado que la presente unidad didáctica concierne al ámbito de las matemáticas, las capacidades y habilidades que se evaluarán guardarán relación, mayoritariamente, con las competencias matemáticas de Niss, anteriormente expuestas.

Como se puede observar, la evaluación sea es sumamente importante no sólo por la información que se puede extraer de ella sino también por la necesidad de que determinados conceptos sean asimilados por el alumnado. De lo contrario, cualquier alumno podría sufrir carencias notables, en cuanto a conocimientos adquiridos se refiere, en etapas o cursos superiores.

En el proceso de la evaluación se debe intentar responder a las preguntas: *¿qué?*, *¿cómo?*, *¿por qué?* y *¿cuándo?* Si se atiende a cada una de estas cuestiones, se podrá obtener una información tanto valiosa como necesaria.

¿Qué evaluar?

Por un lado, se pretende evaluar los conocimientos y habilidades adquiridos por el alumnado. Pero por otro lado se pretende evaluar la actuación del docente.

¿Cómo evaluar?

Dado que se van a evaluar dos cosas diferentes, conviene emplear diferentes herramientas.

La evaluación de la actuación del docente la llevarán a cabo los alumnos mediante un cuestionario que elaborará el propio docente. Para que los alumnos puedan incorporar cualquier otro tipo de información adicional a la especificada por el docente, el cuestionario contará con unas líneas extras en las que se podrá escribir cualquier otro tipo de comentario, sugerencia o queja. Por supuesto, para que los alumnos tengan la mayor libertad posible para expresar sus opiniones, el cuestionario será anónimo.

La evaluación de los alumnos se efectuará con ayuda de diversas herramientas:

- Examen. Consistirá en una única prueba escrita donde se contemplen diferentes ejercicios y problemas parecidos a los ejecutados en el aula.
- Fichas. En momentos puntuales se entregarán fichas a los alumnos para que realicen diferentes tareas o problemas a modo actividades de refuerzo o ampliación. La evaluación de la sesión TIC también tendrá lugar a través de una ficha que los alumnos enviarán al correo del docente.
- Hoja de seguimiento. Se valorará el interés mostrado por los alumnos en la asignatura. En dicha hoja de seguimiento se anotará tanto la realización de la tarea de casa como la participación en clase, concretamente, el hecho de salir a la pizarra a resolver ejercicios o ejemplos.

¿Por qué?

La evaluación de la actuación del docente sirve para que el docente reflexione críticamente sobre su actitud o sus métodos de enseñanza. El rol del docente no consiste únicamente en transmitir conocimientos a los alumnos sino que debe ayudarles a superar problemas y retos en el proceso de aprendizaje y comprobar que, efectivamente, el alumno ha adquirido dichos conocimientos (Arredondo, 1999).

La evaluación de los alumnos proporciona información relativa al alcance de los objetivos de aprendizaje establecidos al inicio del curso.

¿Cuándo?

Según especifica Arredondo (1999), a la hora de evaluar se pueden distinguir tres momentos diferentes:

- La evaluación inicial-diagnóstica. Tiene lugar al comienzo del proceso de enseñanza-aprendizaje y permite conocer los conocimientos previos de los alumnos. Sirve como punto de partida.
- La evaluación procesual-formativa. Tiene lugar a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Consiste en llevar a cabo un seguimiento del trabajo de los alumnos con el fin de conocer su grado de aprendizaje de manera que se pueda modificar la metodología mediante refuerzos, adaptaciones curriculares o temporales y diversificaciones.
- La evaluación final-sumativa. Tiene lugar al final del proceso de enseñanza-aprendizaje. Permite determinar con el nivel de aprendizaje logrado por cada alumno.

En el caso de la presente unidad didáctica, se producirán los tres momentos. Dado que mi incorporación al aula coincidirá con el comienzo del tema de conceptos previos, estaré presente para poder detectar las dificultades y errores previos. A lo largo de mi intervención, podré evaluar el nivel de aprendizaje por observación y mediante la corrección de la tarea de casa y la elaboración de las correspondientes fichas. Por último, dado que el examen lo elaboraré yo de manera personal y lo corregiré, me permitirá evaluar el nivel de aprendizaje final que consiga cada alumno.

Una vez establecidos los criterios de evaluación, conviene atender a los criterios de evaluación establecidos en la Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía:

- Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica.
- Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado.

- Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características.

Por tanto y en base a las especificaciones del BOJA, la prueba escrita debe recoger dichos criterios de evaluación.

Finalmente, quedaría por definir la estrategia que se va a seguir para efectuar la calificación de este bloque de la asignatura. Siguiendo las recomendaciones del tutor de prácticas la calificación se calcularía de la siguiente forma:

HERRAMIENTA	MÉTODO	PORCENTAJE DE LA NOTA
Examen	Nota numérica	80%
Fichas	Nota numérica	10%
Hoja de seguimiento	Sistema de positivos y negativos	10%
Total		100%

8. ADAPTACIONES CURRICULARES.

Las adaptaciones curriculares surgen como una de las posibles medidas de atención a la diversidad. Su cometido principal consiste en atender a las diferentes necesidades educativas de cada alumno.

En general, la atención a la diversidad debe contemplarse en tres aspectos fundamentales: la programación del aula, la metodología y los materiales o recursos empleados en el aula.

En el caso particular del grupo seleccionado para la implantación de la presente unidad didáctica, no ha sido necesario contemplar este tipo de medidas. Durante el primer periodo de prácticas, una de las actuaciones llevadas a cabo consistió en solicitar información a mi tutor de prácticas del IES Almunia acerca de posibles alumnos que requiriesen algún tipo de adaptación curricular. Dado que mi tutor de prácticas es el profesor tutor del grupo, disponía de toda la información relevante

con respecto a las necesidades especiales de sus alumnos. En el grupo de 3ºESO de matemáticas académicas no consta, por el momento, que ningún alumno requiera este tipo de medida. Esta información fue contrastada el día que estuve en el departamento de orientación con la finalidad de descubrir las actuaciones de dicho departamento. A raíz de dicha información, se decidió no incidir en este punto en el diseño de la unidad didáctica.

9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo. *Villa María: Universidad Nacional de Villa María*.
- Arredondo, S. C. (1999). Sentido educativo de la evaluación en la Educación Secundaria. *Educación XXI*, 2, 65-96.
- Ausubel, D. P. (1976). Significado y aprendizaje Significativo. En Ausubel, D. P.; Hanesian, H. y Novak J. D. (Eds.), *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*, 55-107. México: Trillas.
- Bruner J. (2011). Aprendizaje por descubrimiento. *NYE U: Iberia*. Recuperado el 30 de marzo de 2017 de: https://scholar.google.es/scholar?q=bruner+aprendizaje+por+descubrimiento&hl=es&as_sdt=0%2C5&oq=+bruner.
- Burgos A. (2009). Unidades didácticas para la enseñanza de la seguridad y la salud. Granada, España: Consejería de Empleo. Junta de Andalucía.
- Cedeño S. (2012). Competencias del nuevo docente del siglo XXI. *Educando. El portal de la Educación Dominicana*. Extraído el 12 de mayo de 2017 de: <http://www.educando.edu.do/articulos/docente/competencias-del-nuevo-docente-del-siglo-xxi/>
- Chrobak R., y Leiva M. (2006). Mapas conceptuales y modelos didácticos de profesores de química. En A. J. Cañas y L. D. Novak (Eds), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology. Proc. of the Second Int. Conference on Concept Mapping* (pp. 415-422). San José, Costa Rica.

Cortés A. (2014). El nuevo currículo LOMCE y el trabajo por competencias. *Fórmula Aragón*, 12, 30-33.

Fernández, J. A. (2007). Metodología didáctica para la enseñanza de la matemática: variables facilitadoras del aprendizaje. En J. A. Fernández (Ed), *Aprender Matemáticas: metodología y modelos europeos*, 9-26. Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia.

Funciones. Extraído el 17 de marzo de 2017 de:
<http://ntspilarmad.com/sites/ntspilarmad.com/files/pagina/2014/02/funciones3eso.pdf>

Funciones lineales. Extraído en marzo de 2017 de:
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_3eso_funciones_lineales/3eso_quincena10.pdf

Funciones lineales y cuadráticas. Extraído el 18 de marzo de 2017 de:
http://www.alcaste.com/departamentos/matematicas/secundaria/Tercero/08_09_funciones_f.linealycuadratica/09_1443628697.pdf

Funciones lineales y cuadráticas. Extraído el 18 marzo de 2017 de:
http://www.orientacionandujar.es/wp-content/uploads/2015/10/3ESOMAPI_SO_ESU10.pdf

García, F. F. (2000). Los modelos didácticos como instrumento de análisis y de intervención en la realidad educativa. *Biblio 3W. Revista Bibliográfica de Geografía y Ciencias Sociales*, 205, 1-15.

Guerri M. (2017). La teoría del aprendizaje de Ausubel y el aprendizaje significativo. *Psicoactiva*. Extraído el 5 de Abril de 2017 de:
<https://www.psicoactiva.com/blog/la-teoria-del-aprendizaje-ausubel-aprendizaje-significativo/>

Instituto de Enseñanza Secundaria Almunia (2016). *Plan del Centro*. Jerez de la Frontera, España: Consejería de Educación. Junta de Andalucía.

Maldonado, O. A., & Lugo, F. R. R. (2010). Análisis del proceso de evaluación del aprendizaje en telesecundaria. Estudio de caso: telesecundaria federalizada# 86. *Ra Ximhai*, 6(3), 421-443.

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 28 de junio de 2016, 3, 169-546.
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rivo (Eds), *Educación Matemática*, 69-96. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Rodríguez M. L. (2004). La teoría del aprendizaje significativo. En A. J. Cañas, J. D. Novak, F. M. González (Eds), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology Proc. of the First Int. Conference on Concept Mapping*, 1, 535-544. Pamplona, España: Universidad Pública de Navarra.
- Torres A. (2017). La Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel. *Psicología y mente*. Extraído el 5 de Abril de 2017 de: <https://psicologiaymente.net/desarrollo/aprendizaje-significativo-david-ausubel#!>

**ANEXOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA DISEÑADA
PARA EL PERIODO DE PRÁCTICAS.**

SESIONES.

Sesión 1: Función de proporcionalidad

La sesión seguirá el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Conocer la función de proporcionalidad.	✓ Definición de función proporcional. ✓ Definición de la pendiente de una recta. ✓ Representación gráfica.	✓ Resolución de un problema de la vida cotidiana. ✓ Resolución de ejemplos en la pizarra.

- 1) Se explicará de la función de proporción mediante la resolución de un problema de la vida cotidiana:

Problema:

A Yelmo cines le llegan dos ofertas de maíz para palomitas de dos empresas diferentes. Por un lado, la relación entre la cantidad de palomitas y el precio de la empresa *Saladitos* es: 5 kg de maíz para palomitas, cuestan 10 €; mientras que 12 kg de maíz para palomitas, cuestan 24 €. Por otro lado, la relación entre la cantidad de palomitas y el precio de la empresa *Todomaíz* es: 4 kg de maíz para palomitas, cuestan 12 €; mientras que 7 kg de maíz para palomitas, cuestan 21 €.

- a) Representa sobre unos ejes cartesianos las rectas que relacionan la cantidad de palomitas con el precio.
- b) ¿La recta pasa por el origen o no? ¿Por qué?
- c) ¿A qué empresa le compraríais el maíz para las palomitas?
- d) ¿Sabríais plantear la ecuación analítica?

Llegados a este punto, se planteará a los alumnos si son capaces de proponer la ecuación general de la función proporcional.

Actividad:

Representa las siguientes funciones e indica la pendiente:

a) $y = x$

b) $y = -2x$

c) $y = 1/3x$

d) $y = -3/2x$

Sesión 2: Función afín

La sesión seguirá el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Repasar las propiedades de la función proporcional.	✓ Ecuación de la función proporcional. ✓ Punto de origen de la función. ✓ Concepto de pendiente.	✓ Corrección de ejercicios de casa. ✓ Preguntas orales.
2. Conocer la función afín.	✓ Definición de función afín. ✓ Definición de la pendiente de una recta. ✓ Definir la ordenada en el origen. ✓ Representación gráfica.	✓ Resolución de un problema de la vida cotidiana. ✓ Resolución de ejemplos en la pizarra.

1) Repaso de la función de proporcionalidad: la expresión analítica general, el punto (0,0) y qué representa la pendiente.

2) Realización de un problema:

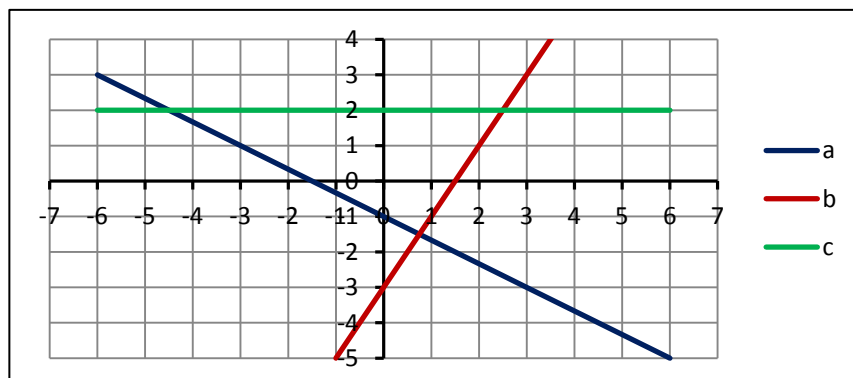
Problema:

Jaime acaba de cumplir 15 años y sus padres le quieren regalar una moto de 49 cc, una vez que se saque el permiso de circulación. La moto cuesta 1500 €. Los padres de Jaime han pagado un entrada de 500 € y, el resto, lo pagarán en mensualidades de 100 €

- Representa gráficamente la función. ¿La recta pasa por el origen o no? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la pendiente?
- ¿Cuál es la expresión analítica?

Actividad:

Escribir la ecuación de cada una de las rectas:



Sesión 3: Repaso de las funciones de proporcionalidad y afín:

La sesión seguirá el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Repasar la función de proporcionalidad.	✓ Expresión analítica. ✓ Pendiente. ✓ Tabla de valores ✓ Representación gráfica.	✓ Preguntas orales. ✓ Ejercicios en el aula.
2. Repasar la función afín.	✓ Expresión analítica. ✓ Pendiente. ✓ Tabla de valores. ✓ Representación gráfica.	✓ Preguntas orales. ✓ Corrección de ejercicios mandados para casa. ✓ Ejercicios en el aula.

1) Corrección de los ejercicios mandados para casa el día anterior.

2) Realización de ejercicios:

Actividades:

1. Obtén la tabla de valores con, al menos dos valores negativos de 'x', de las siguientes funciones, represéntalas en una gráfica e indica si son crecientes o decrecientes:

a) $y = -3x$

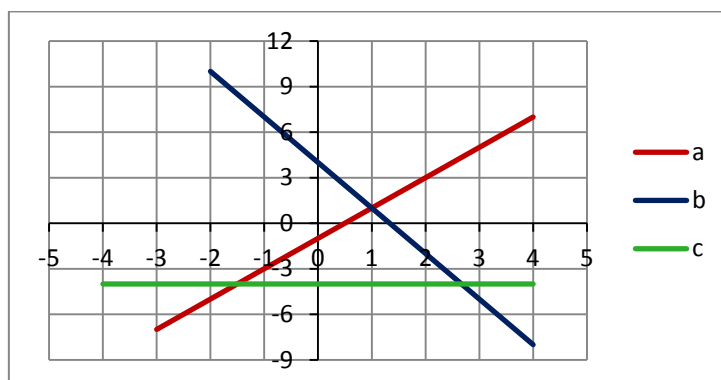
c) $y = x + 3$

b) $y = 2x - 4$

d) $y = -1/3x + 2$

2. Las cubiertas de un libro de multiaventuras miden 5 mm cada una. Sabiendo que el libro tiene 200 páginas y tiene un grosor de 1cm, escribe la expresión analítica y representa la función grosor del libro-número de páginas en unos ejes cartesianos.

3. Obtén la expresión analítica de las siguientes funciones:



Sesión 4: Ecuación punto-pendiente y recta que pasa por dos puntos

La sesión seguirá el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Repasar la función afín.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ecuación de la función afín. ✓ Repaso de los casos particulares. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Corrección de ejercicios mandados para casa. ✓ Preguntas orales con refuerzo en la pizarra.
2. Obtener la ecuación de la recta.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ecuación punto-pendiente. ✓ Ecuación de la recta que pasa por dos puntos. ✓ Representación gráfica. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Calcular la ecuación de una recta conociendo la pendiente y un punto de la misma. ✓ Calcular la ecuación de una recta conociendo dos puntos de la misma. ✓ Resolución de ejemplos en la pizarra.

- 1) Repaso de la ecuación de la función afín y de sus casos particulares mediante la corrección en la pizarra de las actividades mandadas para casa.
- 2) Explicación de la ecuación punto-pendiente mediante la resolución de actividades.

Actividad:

Escribe la ecuación de la recta para cada uno de los siguientes casos:

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| a) $P(3, 7), m = 4$ | c) $P(4, -1), m = 1,2$ |
| b) $P(-2, 5), m = -2/3$ | d) $P(-3, 0), m = 1/5$ |

- 3) Obtención la ecuación de la recta a partir de dos puntos de la misma.

Actividad:

Escribe la ecuación de la recta para cada uno de los siguientes casos:

- | | | |
|------------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $A(2, -5), B(6, 1)$ | b) $C(-1, 0), D(3, 2)$ | c) $E(-3, -1), F(2, -2)$ |
|------------------------|------------------------|--------------------------|

Sesión 5: Problemas relacionados con el movimiento y el tiempo

La sesión seguirá el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Representación de situaciones de la vida cotidiana.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ecuación de la función afín. ✓ Representación gráfica. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Calcular la ecuación de una función en sistemas distancia-tiempo. ✓ Preguntas orales en la pizarra.

Problemas:

1. Laura salió de su casa a dar un paseo a una velocidad constante de 5 km/h. ¿A qué distancia se encontrará dentro de 't' horas?
2. Sergio salió de casa de su tío hace 2 horas a una velocidad de 4 km/h. ¿A qué distancia de casa de su tío dentro de 't'?
3. Andrea está en Chiclana, que está a 40 km de Jerez. Si sale de Chiclana hacia aquí en su bici a 15 km/h, ¿a qué distancia se encuentra de nosotros a las 't' horas?
4. Gabriel está haciendo el camino de Santiago y se encuentra todavía a 50 km de Santiago de Compostela. Se encuentra ya cansado y decide pararse a descansar. A las 8 de la mañana prosigue su marcha a un ritmo de 6 km/h. ¿A qué distancia de su destino se encontrará a las 't' horas?

Sesión 6: Punto de corte de dos funciones

La sesión seguirá el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Obtener el punto de corte de dos rectas.	<ul style="list-style-type: none">✓ Posición relativa de dos rectas.✓ Punto de corte de dos rectas.✓ Representación gráfica.	<ul style="list-style-type: none">✓ Calcular el punto de corte de dos rectas mediante representación gráfica o mediante resolución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.✓ Resolución de ejemplos en la pizarra.

- 1) Repaso de las aplicaciones de la función lineal mediante la corrección de los ejercicios mandados para casa el día anterior.
- 2) Para la explicación del punto de corte de dos rectas, se expondrá un problema de la vida cotidiana:

Problema:

Aprovechando el día tan bueno que hace, Lorena sale a dar un paseo caminando a 4 km/h. Su hermano Pepe se da cuenta de que Lorena se ha olvidado el móvil en casa porque éste empieza a sonar. Si Pepe sale tres cuartos de hora más tarde que su hermana a una velocidad de 10 km/h para devolverle el móvil, ¿cuánto tardará en alcanzar a su hermana?

Sesión 7: sesión TIC

La sesión seguirá el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Representación de funciones lineales.	✓ Ecuación lineal. ✓ Tabla de valores. ✓ Representación gráfica.	✓ Realización de ejercicios empleando una hoja de cálculo.
2. Representación de funciones cuadráticas.	✓ Ecuación cuadrática. ✓ Tabla de valores. ✓ Representación gráfica.	✓ Realización de ejercicios empleando una hoja de cálculo.

Actividades:

- Representa las siguientes funciones en una gráfica. Para ello realiza previamente una tabla de valores con, al menos, dos valores negativos de 'x'. Indica si la gráfica crece o decrece:

a) $y = -0,25x$

b) $y = -3x$

c) $y = 5x$

- Representa las siguientes funciones en una gráfica. Para ello realiza previamente una tabla de valores con, al menos, dos valores negativos de 'x'. Indica si la gráfica crece o decrece:

a) $y = 4x + 3$

b) $y = -2,5x - 1$

c) $y = -8$

- Representa las siguientes funciones en una gráfica. Para ello realiza previamente una tabla de valores con, al menos, dos valores negativos de 'x'. Procura que al menos uno de los valores negativos de la 'x' sea aproximado a -10:

***NOTA:** En la hoja de cálculo, x^2 se debe escribir como x^2 .

a) $y = x^2 + 4x + 3$

b) $y = -2,5x^2 + 3x - 5$

- Representa las siguientes funciones en una gráfica. Para ello realiza previamente una tabla de valores con, al menos, dos valores negativos de 'x'.

a) $y = -2x + 1$

b) $y = x^2 - 3x - 5$

La hoja de cálculo que recoge las actividades individuales de cada alumno se enviarán al correo electrónico del docente para su posterior evaluación.

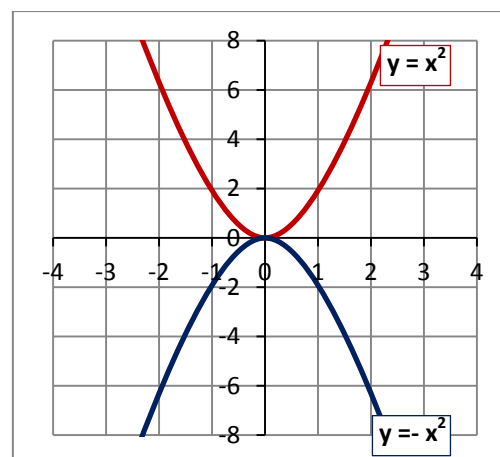
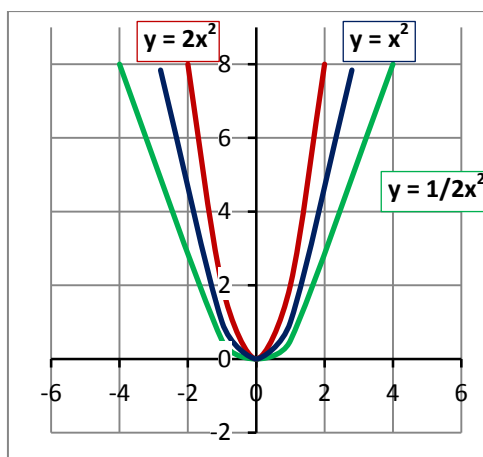
Sesión 8: Funciones cuadráticas I

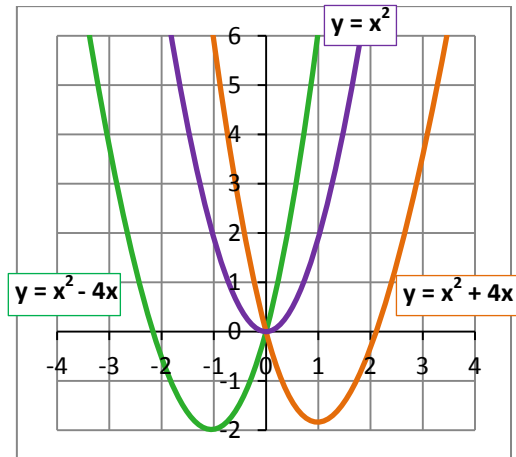
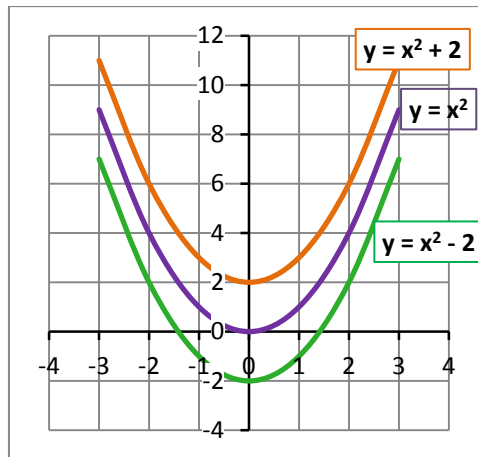
La sesión seguirá el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Repasar problemas de la vida cotidiana.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ecuación lineal. ✓ Tabla de valores. ✓ Representación gráfica. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Corrección de ejercicios mandados para casa. ✓ Preguntas orales con refuerzo en la pizarra.
2. Obtener la función cuadrática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Función cuadrática. ✓ Función parabólica. ✓ Tabla de valores. ✓ Representación gráfica. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Calcular los puntos de corte con los ejes. ✓ Calcular la abscisa de corte con los ejes. ✓ Calcular puntos próximos al vértice. ✓ Resolución de ejemplos en la pizarra.

- 1) Repaso de la ecuación de los problemas de movimiento (distancia-tiempo) mediante la corrección en la pizarra de las actividades mandadas para casa.
- 2) Explicación de las características de la ecuación cuadrática mediante ejemplos en la pizarra y la resolución de ejemplos.

Las siguientes gráficas, serán impresas y entregadas a los alumnos para que anoten las características de las funciones cuadráticas. La hoja entregada la pegarán en el cuaderno de trabajo y anotarán dichas características sobre la misma hoja:





Actividad:

1. Siendo la función: $y = x^2 - 6x + 8$.

- Calcula su vértice.
- Calcula los cortes con los ejes.
- Calcula algunos puntos cercanos al vértice.
- Representa la función en unos ejes de coordenadas cartesianas.

Sesión 9 y 10: Ejercicios y problemas

Las sesiones seguirán el siguiente esquema:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Repasar funciones lineales y cuadráticas.	✓ Función cuadrática. ✓ Función lineal. ✓ Tabla de valores. ✓ Representación gráfica.	✓ Corrección de ejercicios mandados para casa. ✓ Realización de problemas en clase. ✓ Resolución de dudas.

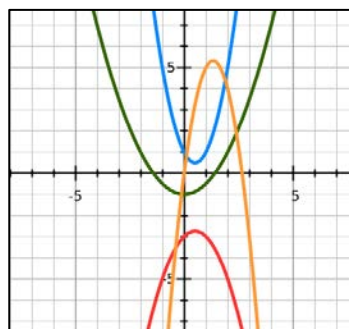
Problemas:

- La tía de Ángel trabaja en la estación meteorológica en la cima de un puerto de montaña. Su trabajo consiste en medir las variaciones de temperatura. La temperatura que se registró la pasada noche se muestran en la siguiente tabla:

t (h)	-4	-2	0	2	4	6	7	8	9
T (°C)	-4	-3,75	-3,25	-2	0	4	3	0,5	2

- Representa la gráfica que relaciona el tiempo con la temperatura.
 - ¿Cuál es el dominio de la función? ¿Y el recorrido?
 - ¿En qué puntos corta la función con los ejes?
 - ¿En qué punto se encuentra el máximo relativo?
- Asocia las siguientes expresiones analíticas con sus parábolas:

- $y = 2x^2 - 2x + 1$
- $y = -x^2 + x - 3$
- $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$
- $y = -3x^2 + 8x$



- Representa las funciones:

- $y = x^2 - 2x + 3$
- $y = -x^2 + 6x - 5$

- Aprovechando que hoy hace una buena temperatura, 20°C, vamos a hacer una excursión en globo. Sabemos que conforme el globo ascienda, la temperatura va a disminuir a razón de 6°C por cada kilómetro de ascensión.
 - Representa la gráfica de la función.
 - Escribe la expresión analítica.
 - ¿Cuál será la temperatura cuando hayamos ascendido 3 km?

- d) ¿Cuánto habremos ascendido si el termómetro marca 3°C ?
5. La altura 'a', en metros, a la que se encuentra en cada instante 't', expresado en segundos, una piedra que he lanzado hacia arriba sigue la ecuación: $a = 20t - 5t^2$.
- a) Representa la función del lanzamiento de la piedra.
 - b) ¿Cuál es el dominio de la función?
 - c) ¿En qué momento alcanza la piedra la altura máxima?
 - d) ¿En qué momento la piedra vuelve a caer al suelo?
 - e) ¿En qué momento la piedra alcanza una altura superior a 15 m?
6. Representa la expresión analítica y la función de cada uno de los siguientes enunciados:
- a) Marta empieza ahora a correr a una velocidad de 10 km/h. ¿Qué distancia habrá recorrido dentro de 't' horas?
 - b) Joaquín salió de su casa hace 2 horas a una velocidad de 6 km/h. ¿Qué distancia habrá recorrido dentro de 't' horas?
 - c) Nerea sale de su casa a 4 km/h en dirección hacia mi casa que está a unos 18 km de distancia de la suya. ¿A qué distancia se encontrará a las 't' horas?
 - d) Jose María salió a 5 km/h a las 7:00 h hacia el complejo deportivo Chapín, que está a 14 km de su casa. ¿A qué distancia de Chapín se encuentra a las 't' horas?

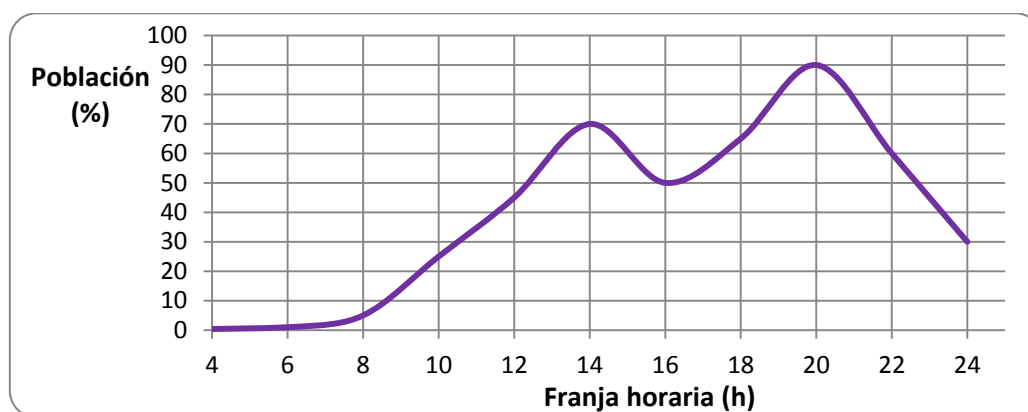
EXAMEN.

NOMBRE: _____

Curso: _____

Fecha: _____

1. (2 ptos) Se ha llevado a cabo un estudio sobre el uso del teléfono móvil en la provincia de Cádiz. En la siguiente gráfica se ha representado la cantidad de la población que lo emplea en función de la franja horaria:



- a) ¿Cuál es el dominio de la función?
- b) ¿Y el recorrido?
- c) ¿A qué hora emplea más la población gaditana el teléfono móvil? ¿Hay alguna otra hora en la que también se emplee de manera considerable?
- d) A las 16:00 horas, se reduce el porcentaje de población que emplea el teléfono móvil. ¿A qué crees que puede deberse?

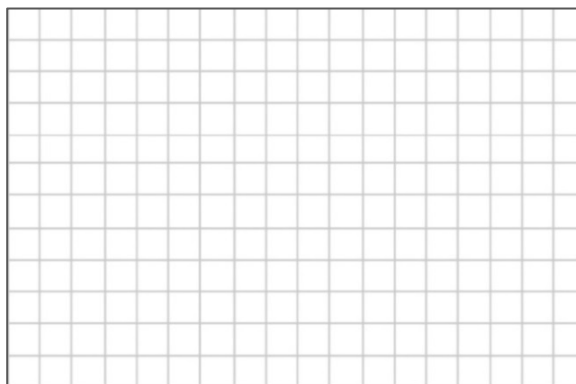
2. (2 ptos) Representa en una gráfica las siguientes funciones:

a) $y = -2x + 3$

b) $y = \frac{2}{3}x$

c) $y = -4$

d) $y = \frac{3}{2}x - 2$



3. (3 ptos) Una familia va a pasar unos días de vacaciones con su coche. Antes de iniciar el viaje, llenan el depósito del coche a su capacidad máxima que

es 50 litros de gasolina. El coche circula a velocidad constante gastando 6 litros cada hora.

- a) Representa la gráfica que relaciona los litros que hay en el depósito en función del tiempo.

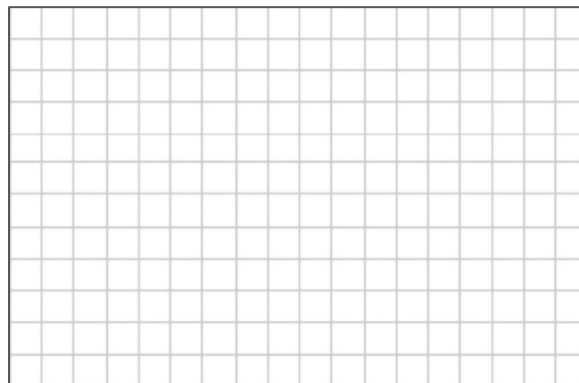


- b) Escribe la expresión analítica.

- c) ¿Cuánto tiempo pueden viajar hasta que se agote la gasolina?

4. (3 pts) Un delfín juguetón toma impulso para saltar por encima de la superficie del mar, siguiendo la ecuación: $d = -t^2 + 6t$, siendo 'd' la distancia al fondo del mar (en metros) y 't' el tiempo (en segundos).

- a) Representa la gráfica del salto del delfín.



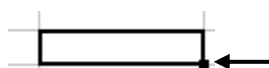
- b) ¿En qué momento alcanza la altura máxima?

- c) Si la superficie se encuentra a 8 metros del fondo del mar, ¿en qué momento sale a la superficie? ¿Cuándo vuelve a sumergirse en el agua?

FICHA DE INDICACIONES PARA LA SESIÓN TIC.**1. TABLA**

En cada celda se debe incluir:

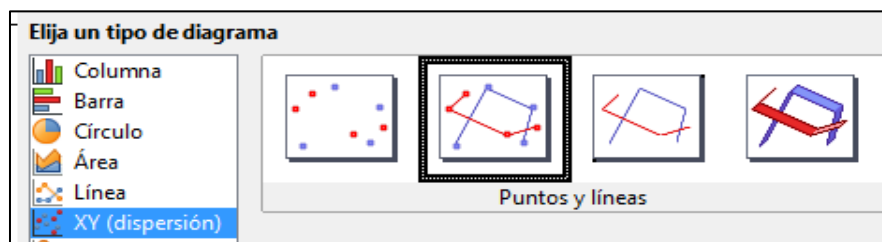
- Nombre
- Valores de 'x'
- Valores de 'y'. En este caso consistirá en escribir la ecuación de la recta. Se puede escribir una sola vez y arrastrar la fórmula con el cuadradito:

**2. GRÁFICA****a) Introducir una recta:**

- En primer lugar hay que seleccionar los valores de 'x' e 'y' de la tabla realizada anteriormente.
- En el menú de arriba de la página seleccionar 'Diagrama':



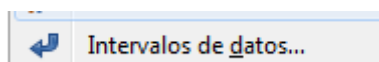
- Seleccionar como tipo de diagrama 'XY (dispersión)', concretamente la segunda opción (Puntos y líneas):



- Pulsar 'Finalizar'.

b) Introducir una segunda recta:

- Sobre la gráfica, hacer *click* con el segundo botón y seleccionar 'Intervalo de datos' (la última opción):



- Cambiar a pestaña 'Serie de datos'. Desde aquí podemos modificar datos de la recta ya dibujada o añadir una nueva pulsando 'Añadir'. Desde aquí podemos introducir los datos de la nueva recta en el menú de la derecha.
- El siguiente icono nos permite seleccionar los datos de nuestra nueva tabla:



- Una vez concluido el proceso, pulsar 'Aceptar'.

FICHAS ELABORADAS POR LOS ALUMNOS.

1. El agua de una fuente situada en un parque proviene de una cisterna de 90 cm de altura. La cisterna tarda, en total, 3 min en llenarse. La relación entre la altura 'a' del agua en la cisterna y el tiempo 't' viene dada por la siguiente tabla:

Tiempo (min)	0	1	1,5	2	3
Altura (cm)	0	50	67,5	80	90

A continuación, se vacía la cisterna en 3 minutos, a la misma velocidad. Durante 1 minuto, el agua circula por las tuberías de la fuente, regresando a la cisterna para llenarla y, así, sucesivamente.

- Completa la tabla anterior hasta un tiempo de 15 minutos. Representa la gráfica de la función tiempo-altura.
 - ¿Es continua dicha función? ¿Es periódica? En caso de que lo sea, ¿cuál sería su periodo? ¿Para qué valores de 't' la cisterna está llena?
 - Durante el llenado, ¿sube el agua con rapidez en cada minuto? Justifícalo.
2. Los cestillos de una noria van subiendo y bajando a medida que la noria gira. En la siguiente tabla se muestran los datos de una cesta que sube desde su punto más bajo al más alto de la noria:

Tiempo (s)	4	8	12	16	20
Altura (m)	3,7	7	9,7	11,4	12

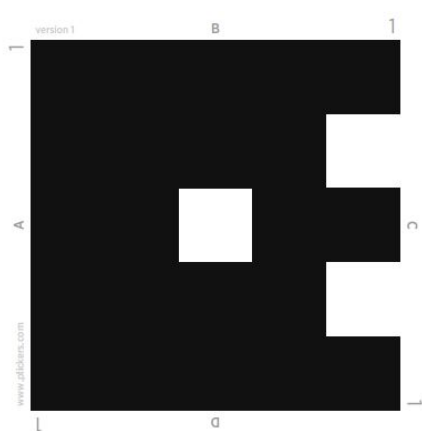
- Representa la gráfica de la función tiempo-altura de uno de los cestillos a lo largo de 80 segundos.
- ¿A qué tiempos corresponden sus máximos y mínimos relativos?
- ¿A qué altura estará la cesta a los 150 segundos?

ANEXOS

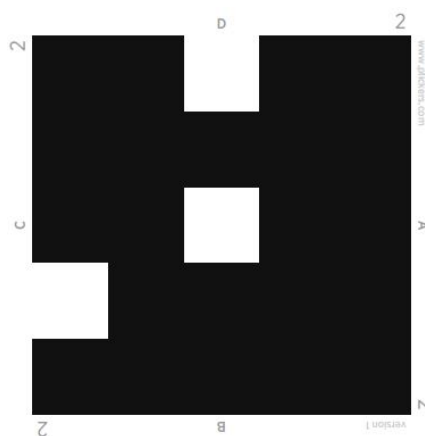
DE LA NUEVA UNIDAD DIDÁCTICA

ANEXO II. Cartas *plickers*.

Modelo de las cartas empleadas en la aplicación *plickers*⁶.



Modelo de carta 1.

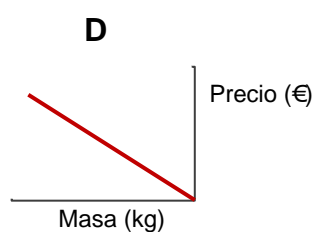
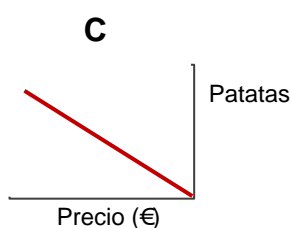
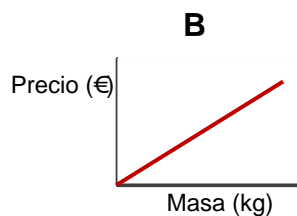
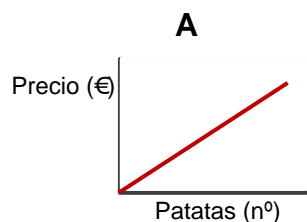


Modelo de carta 2.

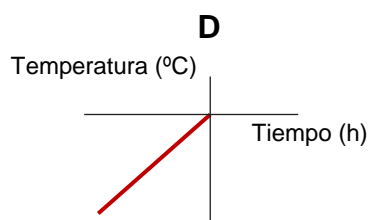
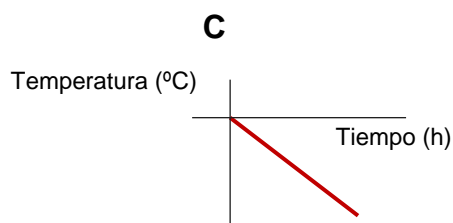
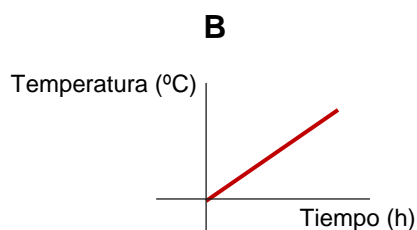
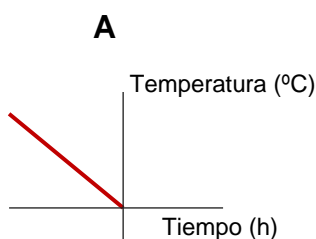
⁶ Extraído el 20 de junio de 2017 de <https://www.plickers.com/cards>.

ANEXO III. Cuestionarios *pickers*.**1. CUESTIONARIO 1.**

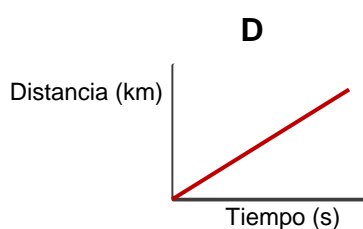
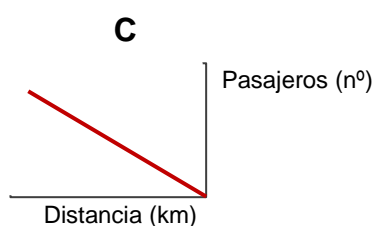
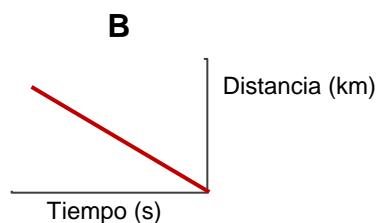
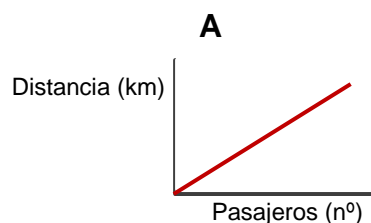
1) El precio de las patatas, según los kg que quiera comprar.



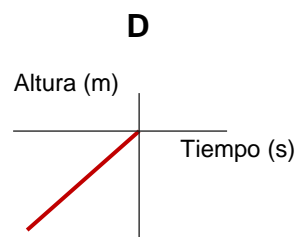
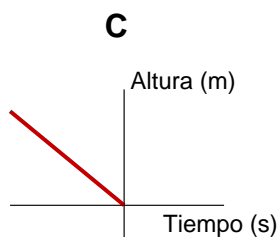
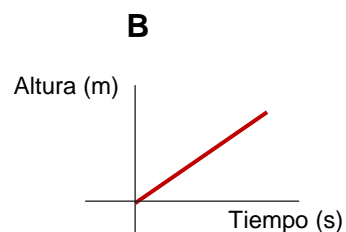
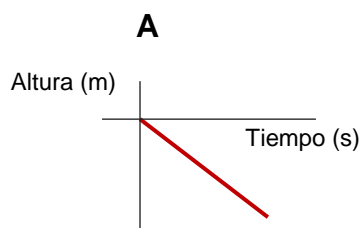
2) La temperatura del agua de un lago que se acaba de congelar conforme va haciendo más frío.



3) La distancia que recorre una moto, desde que inicia su viaje.

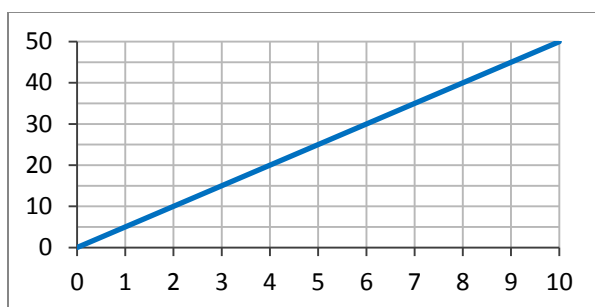


4) Un submarino que estaba en la superficie y se sumerge en el agua.



2. CUESTIONARIO 2.

1) Ejercicio 1.



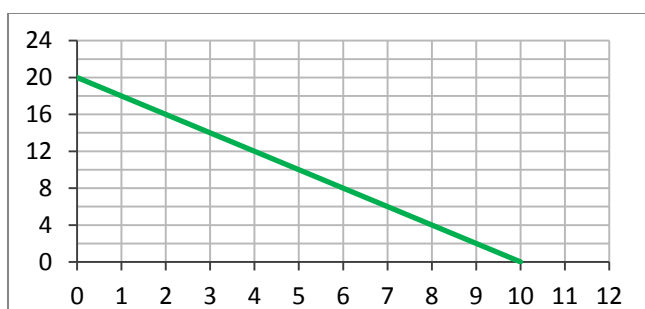
1.1) La pendiente es

- a) Positiva b) Negativa c) Cero d) No sé

1.2) El valor de la pendiente es

- a) 1 b) -1 c) 5 d) -5

2) Ejercicio 2.



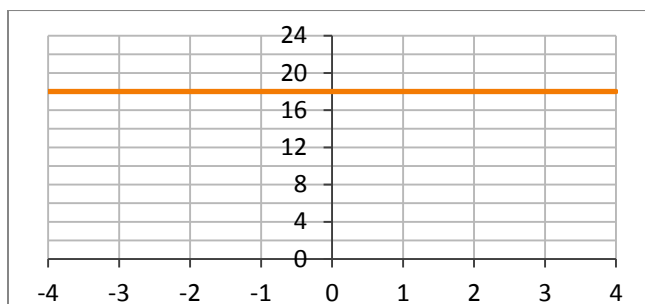
2.1) La pendiente es

- a) Positiva b) Negativa c) Cero d) No sé

2.2) El valor de la pendiente es

- a) 1 b) -1 c) 2 d) -2

3) Ejercicio 3.



3.1) La pendiente es

- a) Positiva b) Negativa c) Cero d) No sé

3.2) El valor de la pendiente es

- a) 1 b) 2 c) 18 d) 0

4) Ejercicio 4.



4.1) La pendiente es

- a) Positiva b) Negativa c) Cero d) No sé

4.2) El valor de la pendiente es

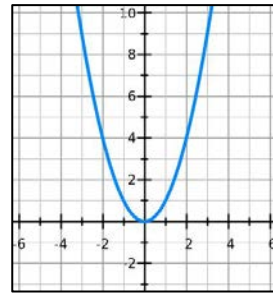
- a) 1 b) 2 c) 4 d) 6

3. CUESTIONARIO 3.

1) Ejercicio 1.

Esta gráfica corresponde a:

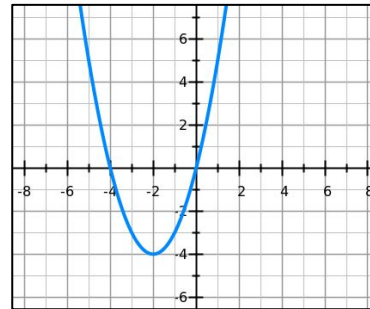
- a) x^2
- b) $-x^2$
- c) $x^2 + 4$
- d) $x^2 + x$



2) Ejercicio 2.

Esta gráfica corresponde a:

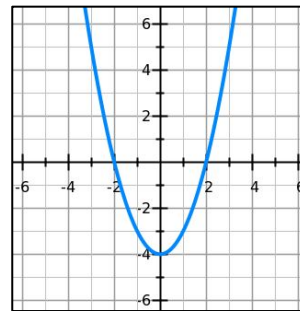
- a) $-x^2$
- b) $-4x^2$
- c) $x^2 - 4$
- d) $x^2 - 4x$



3) Ejercicio 3.

Esta gráfica corresponde a:

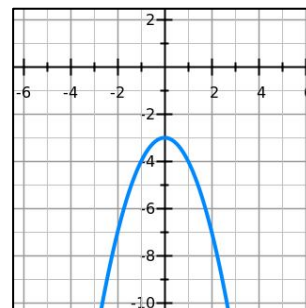
- a) $-2x^2$
- b) $x^2 - 4$
- c) $x^2 - 4x$
- d) $x^2 + 4x$



4) Ejercicio 4.

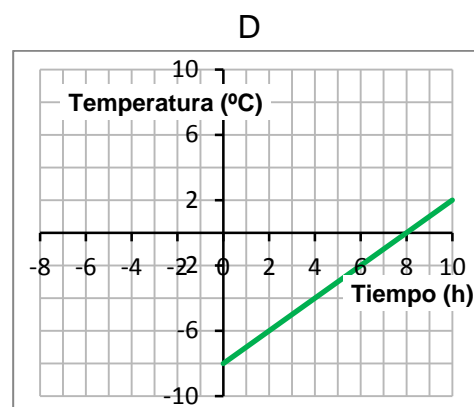
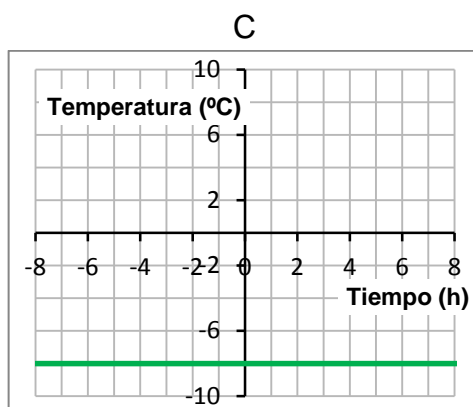
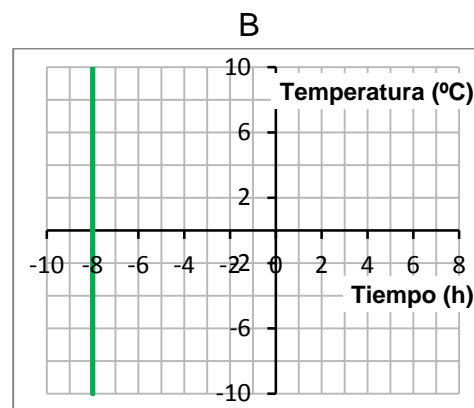
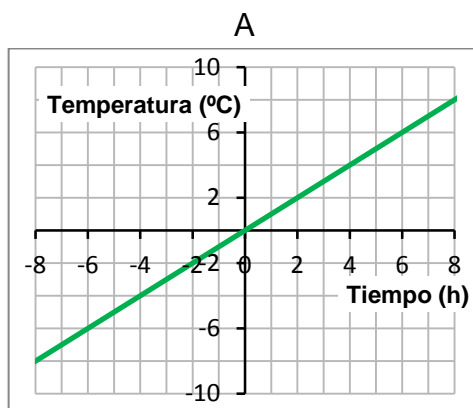
Esta gráfica corresponde a:

- a) $-3x^2$
- b) $x^2 - 3$
- c) $x^2 - 3x$
- d) $-x^2 - 3$

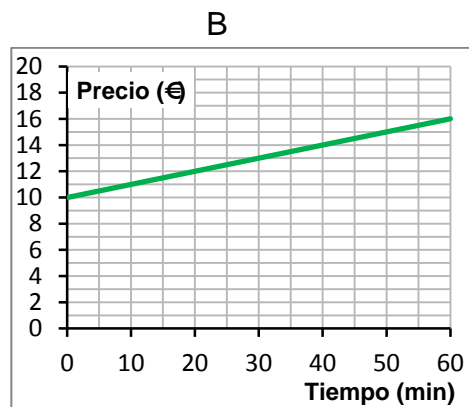
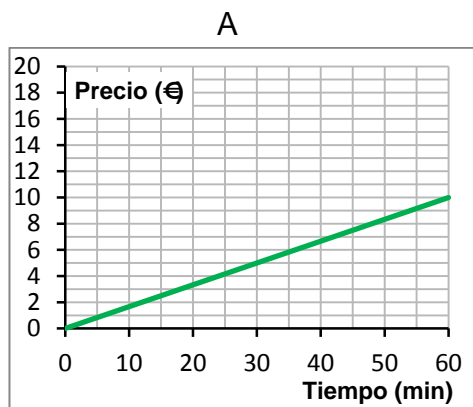


4. CUESTIONARIO 4.

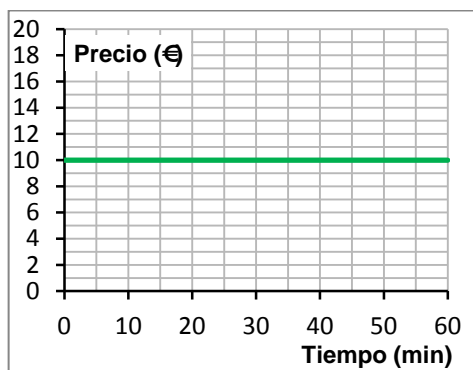
1) La gráfica que representa la temperatura de un congelador frente al tiempo es:



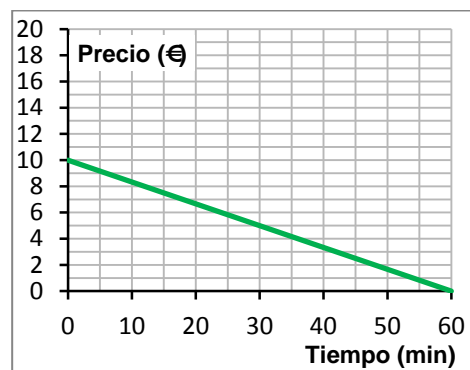
- 2) Una compañía de telefonía móvil que cobra a sus clientes una cantidad fija al mes de 10 € más 0,1 € por cada minuto de llamada.



C

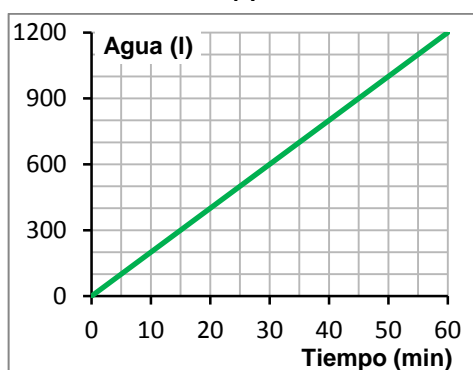


D

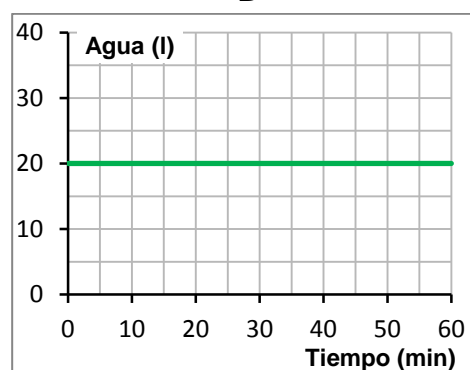


3) El caudal de agua que vierte un grifo, a un ritmo de 20 litros cada minuto.

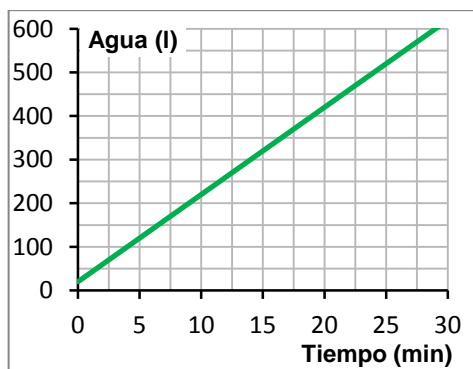
A



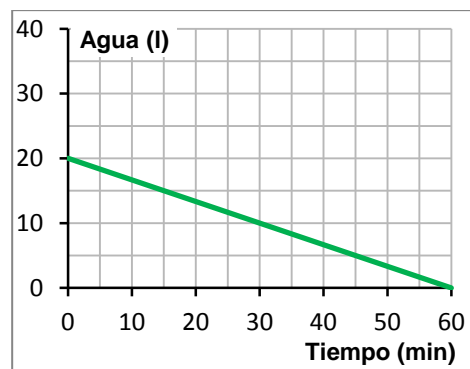
B



C

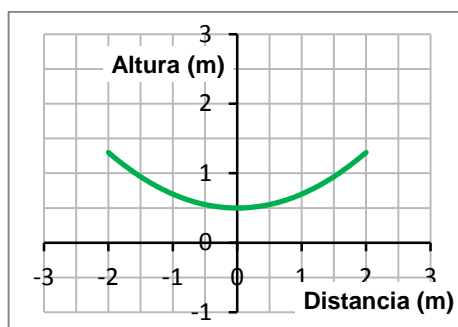


D

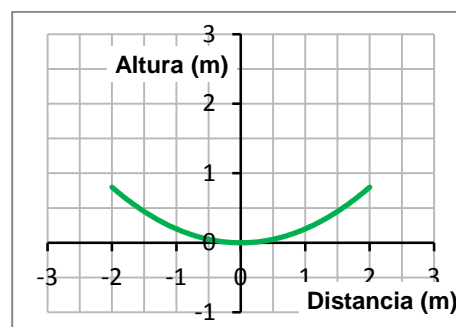


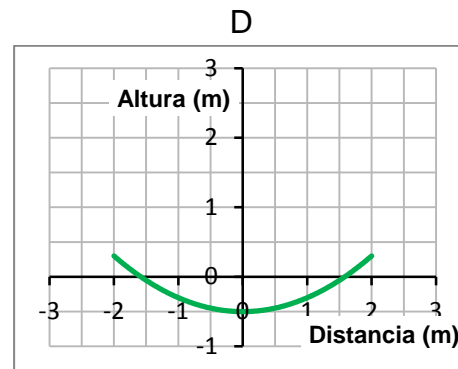
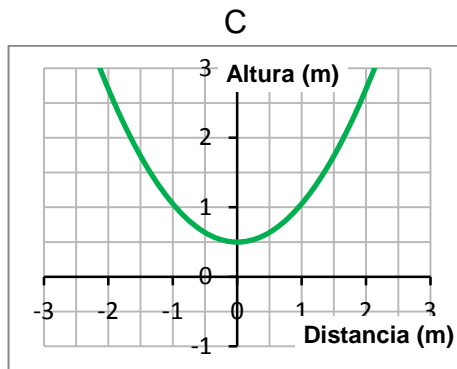
4) La altura a la que se encuentra una niña columpiándose en un columpio, a una velocidad constante, en función de la distancia que recorre.

A



B





ANEXO IV. Ejercicios TIC.**1. EJERCICIO 1. Funciones lineales.**

Representa las siguientes funciones en una gráfica. Para ello realiza previamente una tabla de valores con, al menos, dos valores negativos de 'x'. Indica si la gráfica crece o decrece:

b) $y = -0,25x$

b) $y = -3x$

c) $y = 5x$

d) $y = 4x + 3$

e) $y = -2,5x - 1$

f) $y = -8$

2. EJERCICIO 2. Funciones cuadráticas.

Representa las siguientes funciones en una gráfica. Para ello realiza previamente una tabla de valores con, al menos, dos valores negativos de 'x'. Indica si la gráfica tiene un máximo o un mínimo:

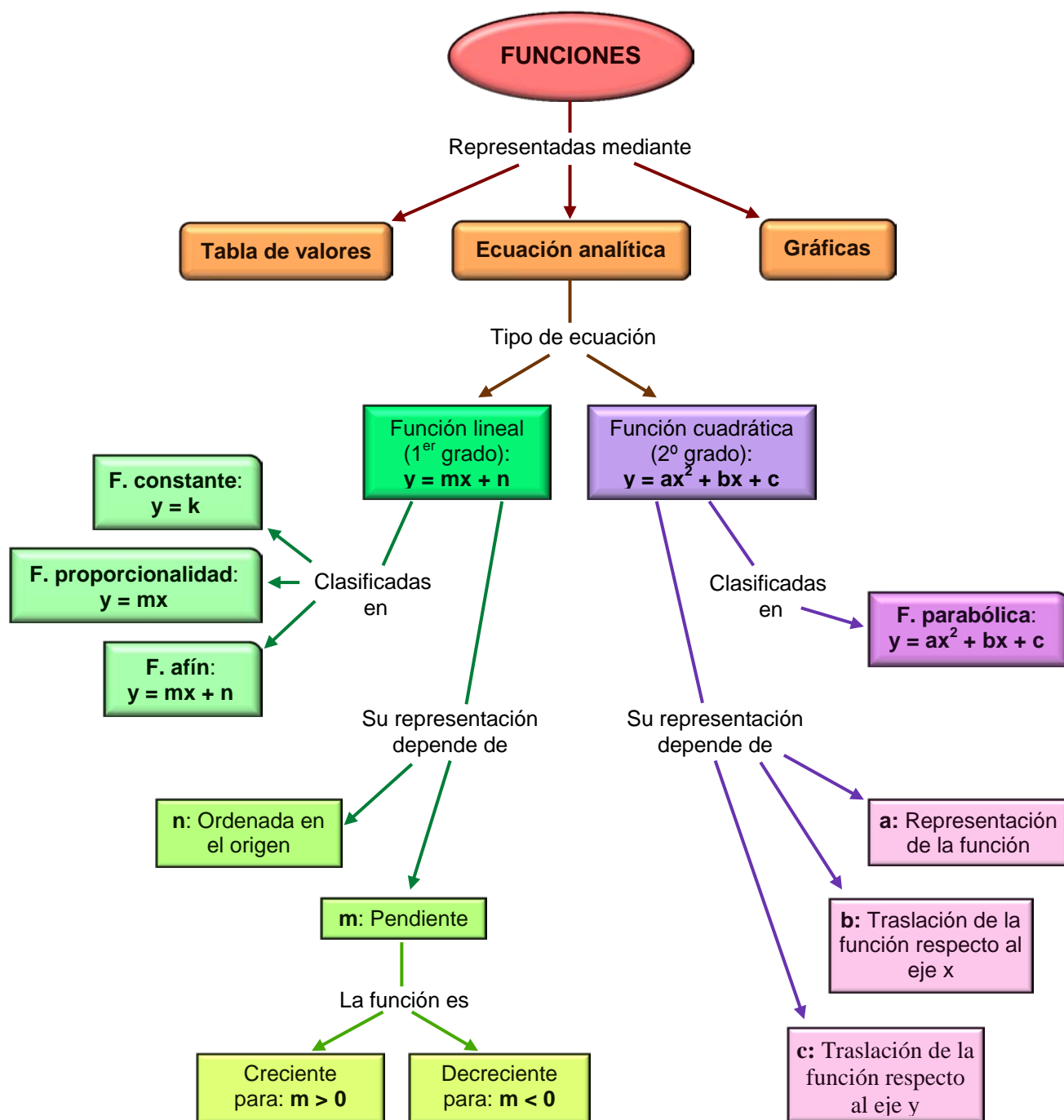
***NOTA:** En la hoja de cálculo, x^2 se debe escribir como x^2 .

a) $y = x^2 + 4x + 3$

b) $y = -2,5x^2 + 3x - 5$

c) $y = x^2 - 3x - 5$

ANEXO V. Esquema de contenidos



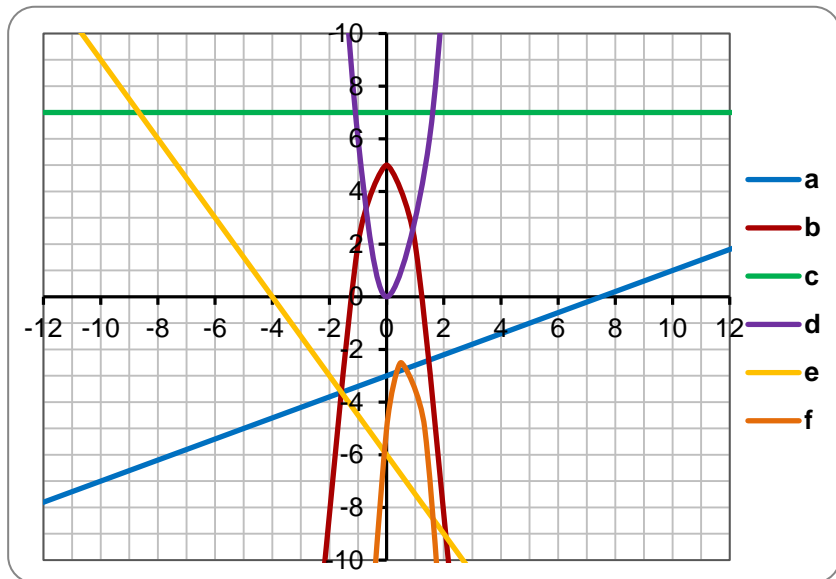
ANEXO VI. Examen

NOMBRE: _____

Curso: _____ Fecha: _____

1. (2 ptos) Asocia cada ecuación algebraica con la función gráfica correspondiente:

- 1) $y = \frac{2}{5}x - 3$
- 2) $y = -3x^2 + 5$
- 3) $y = 7$
- 4) $y = 4x^2 - 2x$
- 5) $y = -\frac{3}{2}x - 6$
- 6) $y = -6x^2 + 8x - 5$



2. (2 ptos) Representa en una gráfica las siguientes situaciones:
Realizar en la hoja adjunta

- a) Una cuota constante de gimnasio de 20€ al mes.
- b) La función que relaciona los litros de aceite con el precio si sabemos que el precio del aceite es de 5€ cada litro.
- c) La distancia que recorre un atleta, que sale del kilómetro 2, a una velocidad constante de 10km por hora.

3. (3 ptos) Una familia va a pasar unos días de vacaciones con su coche. Antes de iniciar el viaje, llenan el depósito del coche a su capacidad máxima que es 50 litros de gasolina. El coche circula a velocidad constante gastando 8 litros cada hora.

- a) Representa la gráfica que relaciona los litros que hay en el depósito en función del tiempo.

Realizar en la hoja adjunta

- b) Escribe la expresión analítica.

c) ¿Cuánto tiempo pueden viajar hasta que se agote la gasolina?

4. (3 pts) Un delfín juguetón toma impulso para saltar por encima de la superficie del mar, siguiendo la ecuación: $d = -t^2 + 6t$, siendo 'd' la distancia al fondo del mar (en metros) y 't' el tiempo (en segundos).

a) Representa la gráfica del salto del delfín.

Realizar en la hoja adjunta

b) ¿En qué momento alcanza la altura máxima?

c) Si la superficie se encuentra a 8 metros del fondo del mar, ¿en qué momento sale a la superficie? ¿Cuándo vuelve a sumergirse en el agua?

***NOTA.** Modelo de cuadrículas para los ejercicios 2, 3 y 4:

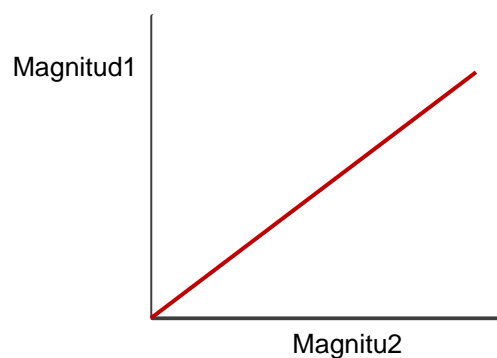


ANEXO VII. Fichas.

1. FICHA 1. Gráficas mudas.

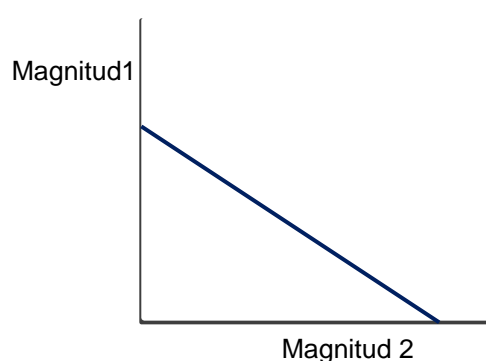
Se han representado 3 funciones diferentes. ¿Qué interpretación le das? Para cada una de ellas especifica **2 situaciones** que puedan corresponder a la gráfica de la función así como las **magnitudes** que corresponderían a los ejes.

Gráfica 1



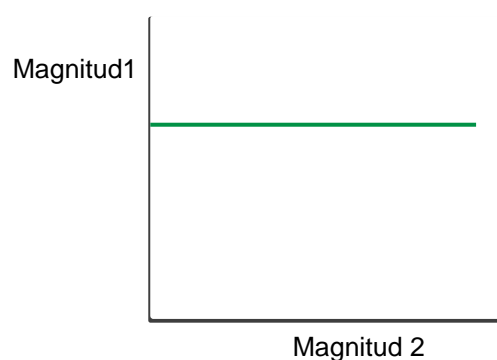
Situación	Magnitud 1	Magnitud 2

Gráfica 2



Situación	Magnitud 1	Magnitud 2

Gráfica 3



Situación	Magnitud 1	Magnitud 2

2. FICHA 2. Conclusiones del juego.

¿Qué has aprendido? Para repasar lo que has aprendido de las funciones a través del juego, responde a las siguientes preguntas:

1. Rodea con un círculo la respuesta correcta: La pendiente de una función, ¿acompaña a la variable 'x' o no la acompaña?
2. Rodea con un círculo la respuesta correcta: cuando la pendiente es positiva, la gráfica ¿crece o decrece?
3. Rodea con un círculo la respuesta correcta: cuando la pendiente es negativa, la gráfica ¿crece o decrece?
4. ¿Cuál es el valor de la variable 'y' cuando la variable 'x' pasa por el origen de coordenadas en una función de proporcionalidad ($y = mx$)?
5. ¿Cuál es el valor de la variable 'y' cuando la variable 'x' pasa por el origen de coordenadas en una función afín ($y = mx + n$)?
6. ¿Cuál es la pendiente de una función constante ($y = k$)?
7. ¿Qué procedimiento habéis empleado para asociar la ecuación algebraica con su tabla de valores correspondiente?
8. ¿Qué procedimiento habéis empleado para asociar la ecuación algebraica con su gráfica correspondiente?

3. FICHA 3. Propiedades de una parábola.

¿Por qué no aprendemos cosas sobre las parábolas?

Ejercicio 1: Parámetro 'a'.

1. Representa la función $y = x^2$.

- a) ¿En qué coordenada está el vértice?
- b) Rodea con un círculo: ¿qué presenta un máximo o un mínimo?

2. Ahora, representa la función $y = 3x^2$. ¿Cómo es con respecto a la función x^2 ?

3. Ahora, representa la función $y = 0,6x^2$. ¿Cómo es con respecto a la función x^2 ?

4. Ahora, representa la función $y = -x^2$.

- a) ¿En qué coordenada está el vértice?
- c) Rodea con un círculo: ¿qué presenta un máximo o un mínimo?
- d) ¿Cómo es con respecto a la función x^2 ?

Ejercicio 2: Parámetro 'c'.

1. Representa la función $y = x^2$.

2. Ahora, representa la función $y = x^2 + 2$. ¿Cómo es con respecto a la función x^2 ?
¿Qué ha cambiado con respecto a x^2 ?

3. Ahora, representa la función $y = x^2 - 2$. ¿Cómo es con respecto a la función x^2 ?
¿Qué ha cambiado con respecto a x^2 ? ¿Y con respecto a $x^2 + 2$?

Ejercicio 3: Parámetro 'b'.

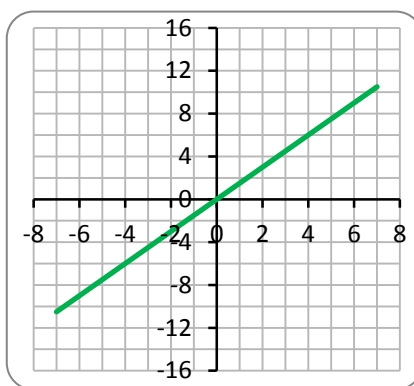
1. Representa la función $y = x^2$.

2. Ahora, representa la función $y = x^2 + 4x$. ¿Cómo es con respecto a la función x^2 ?

3. Ahora, representa la función $y = x^2 - 4x$. ¿Cómo es con respecto a la función x^2 ?

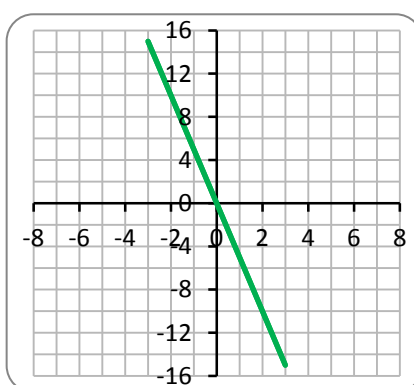
ANEXO VIII. Juego.

x	Y
-6	-9
-1	-1,5
4	6
8	12



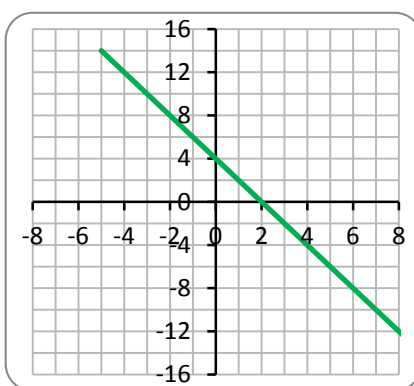
$$y = 1,5x$$

x	y
-3	9
-1,5	4,5
4	-12
5	-15



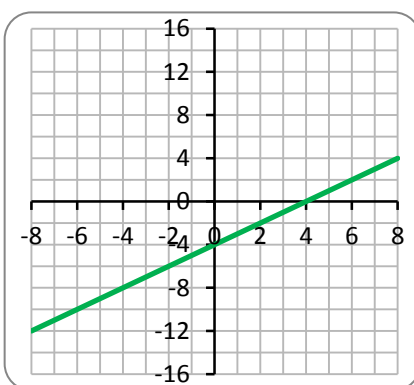
$$y = -3x$$

x	y
-4	12
-3	10
2	0
5	-6



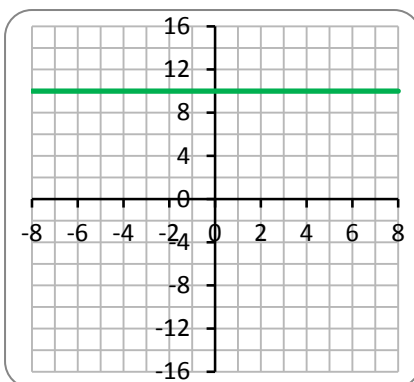
$$y = 4 - 2x$$

x	y
-8	-12
-4	-8
5	1
7	3



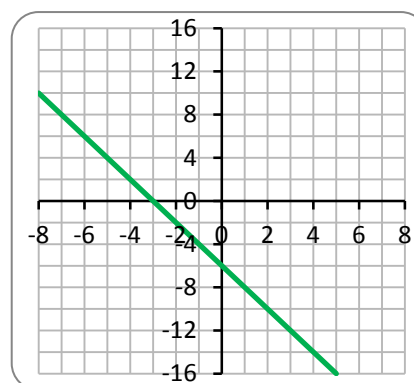
$$y = -4 + x$$

x	y
-7	10
-5	10
2	10
3	10



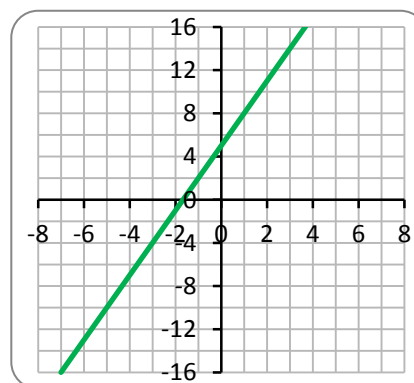
$$y = 10$$

x	y
-6	6
-3	0
2	-10
3	-12

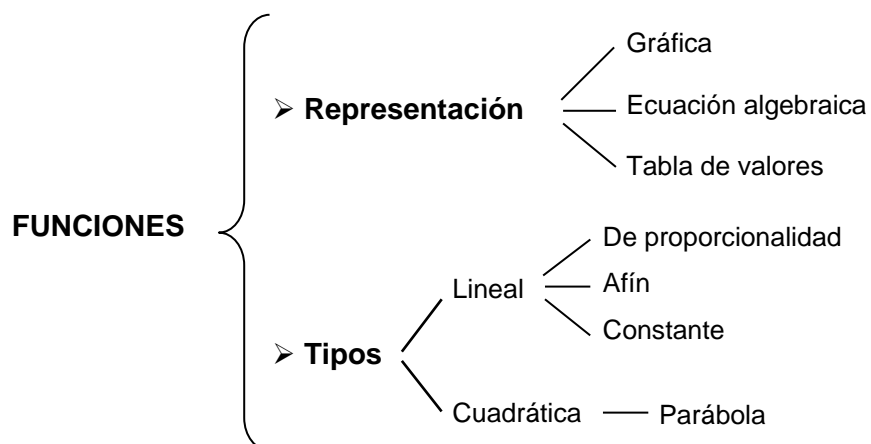


$$y = -6 + 2x$$

x	y
-7	-16
-4	-7
0	5
3	14



$$y = 5 + 3x$$

ANEXO IX. Mapa conceptual.

ANEXO IX. Rúbricas.

COEVALUACIÓN			
AUTOR			
EVALUADO			
INDICADOR	2	1	0
Atención	El compañero siempre está atento a lo que sucede en el grupo.	El compañero a veces está atento a lo que sucede en el grupo.	El compañero no está atento a lo que sucede en el grupo.
Compañerismo	El compañero siempre intenta ayudar al resto de compañeros.	El compañero a veces intenta ayudar al resto de compañeros.	El compañero no intenta ayudar al resto de compañeros.
Implicación	El compañero siempre sugiere ideas y escucha las sugerencias de los demás.	El compañero a veces sugiere ideas y escucha las sugerencias de los demás.	El compañero no sugiere ideas ni escucha las sugerencias de los demás.
Participación	El compañero participa mucho en el grupo.	El compañero a veces participa en el grupo.	El compañero no participa en el grupo.
Respeto	El compañero siempre respeta las opiniones de los compañeros.	El compañero a veces respeta las opiniones de los compañeros.	El compañero no respeta las opiniones de los compañeros.

CONTENIDOS MATEMÁTICOS				
ALUMNO				
INDICADOR	4	3	2	1
Asociación de diferentes tipos de representación de una función.	El alumno siempre es capaz de asociar los tres tipos de representación de funciones.	El alumno casi siempre es capaz de asociar los tres tipos de representación de funciones.	El alumno algunas veces es capaz de asociar los tres tipos de representación de funciones.	El alumno rara vez es capaz de asociar los tres tipos de representación de funciones.
Determinación de la expresión analítica.	El alumno siempre es capaz de determinar la ecuación de la recta a partir de los datos del enunciado.	El alumno casi siempre es capaz de determinar la ecuación de la recta a partir de los datos del enunciado.	El alumno algunas veces es capaz de determinar la ecuación de la recta a partir de los datos del enunciado.	El alumno rara vez es capaz de determinar la ecuación de la recta a partir de los datos del enunciado.
Identificación de los parámetros de la expresión	El alumno siempre es capaz de identificar los	El alumno casi siempre es capaz de identificar los	El alumno algunas veces es capaz de identificar los	El alumno rara vez es capaz de identificar los

analítica	parámetros de la ecuación de la recta, a partir de los datos del enunciado.	parámetros de la ecuación de la recta, a partir de los datos del enunciado.	parámetros de la ecuación de la recta, a partir de los datos del enunciado.	parámetros de la ecuación de la recta, a partir de los datos del enunciado.
Interpretación de los signos negativos en la pendiente.	El alumno siempre es capaz de interpretar el signo negativo de una pendiente en una función lineal.	El alumno casi siempre es capaz de interpretar el signo negativo de una pendiente en una función lineal.	El alumno algunas veces es capaz de interpretar el signo negativo de una pendiente en una función lineal.	El alumno rara vez es capaz de interpretar el signo negativo de una pendiente en una función lineal.
Interpretación de los signos negativos en el valor del parámetro 'a' de la ecuación general de la parábola.	El alumno siempre es capaz de interpretar el signo negativo del parámetro 'a' de la ecuación general de la parábola.	El alumno casi siempre es capaz de interpretar el signo negativo del parámetro 'a' de la ecuación general de la parábola.	El alumno algunas veces es capaz de interpretar el signo negativo del parámetro 'a' de la ecuación general de la parábola.	El alumno rara vez es capaz de interpretar el signo negativo del parámetro 'a' de la ecuación general de la parábola.
Representación de funciones lineales mediante la ecuación algebraica.	El alumno siempre es capaz de representar la ecuación de la recta, mediante la ecuación algebraica.	El alumno casi siempre es capaz de representar la ecuación de la recta, mediante la ecuación algebraica.	El alumno algunas veces es capaz de representar la ecuación de la recta, mediante la ecuación algebraica.	El alumno rara vez es capaz de representar la ecuación de la recta, mediante la ecuación algebraica.
Representación de funciones lineales a partir de los datos del enunciado.	El alumno siempre es capaz de representar la ecuación de la recta, a partir de los datos del enunciado.	El alumno casi siempre es capaz de representar la ecuación de la recta, a partir de los datos del enunciado.	El alumno algunas veces es capaz de representar la ecuación de la recta, a partir de los datos del enunciado.	El alumno rara vez es capaz de representar la ecuación de la recta, a partir de los datos del enunciado.
Representación de funciones mediante tablas de valores.	El alumno siempre es capaz de representar la ecuación de la recta, mediante tablas de valores.	El alumno casi siempre es capaz de representar la ecuación de la recta, mediante tablas de valores.	El alumno algunas veces es capaz de representar la ecuación de la recta, mediante tablas de valores.	El alumno rara vez es capaz de representar la ecuación de la recta, mediante tablas de valores.
Errores matemáticos relacionados con signos o cálculos.	El alumno nunca comete errores matemáticos relacionados con signos o cálculos.	El alumno casi nunca comete errores matemáticos relacionados con signos o cálculos.	El alumno algunas veces comete errores matemáticos relacionados con signos o cálculos.	El alumno siempre comete errores matemáticos relacionados con signos o cálculos.

COMPETENCIA MATEMÁTICA				
ALUMNO				
INDICADOR	4	3	2	1
Argumentación matemática	El alumno siempre es capaz de seguir o evaluar las argumentaciones propuestas en el aula.	El alumno casi siempre es capaz de seguir o evaluar las argumentaciones propuestas en el aula.	El alumno algunas veces es capaz de seguir o evaluar las argumentaciones propuestas en el aula.	El alumno rara vez es capaz de seguir o evaluar las argumentaciones propuestas en el aula.
Comunicación matemática	El alumno siempre es capaz de expresarse mediante los contenidos matemáticos.	El alumno casi siempre es capaz de expresarse mediante los contenidos matemáticos.	El alumno algunas veces es capaz de expresarse mediante los contenidos matemáticos.	El alumno rara vez es capaz de expresarse mediante los contenidos matemáticos.
Modelación matemática	El alumno siempre es capaz de diseñar un modelo matemático que se ajuste a la situación de un problema.	El alumno casi siempre es capaz de diseñar un modelo matemático que se ajuste a la situación de un problema.	El alumno algunas veces es capaz de diseñar un modelo matemático que se ajuste a la situación de un problema.	El alumno rara vez es capaz de diseñar un modelo matemático que se ajuste a la situación de un problema.
Pensamiento matemático	El alumno siempre es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos.	El alumno casi siempre es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos.	El alumno algunas veces es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos.	El alumno rara vez es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos.
Planteamiento y resolución de problemas matemáticos	El alumno siempre es capaz de identificar, plantear y resolver los problemas.	El alumno casi siempre es capaz de identificar, plantear y resolver los problemas.	El alumno algunas veces es capaz de identificar, plantear y resolver los problemas.	El alumno rara vez es capaz de identificar, plantear y resolver los problemas.
Representación de entidades matemáticas	El alumno siempre es capaz de comprender y utilizar diferentes representaciones de una situación matemática.	El alumno casi siempre es capaz de comprender y utilizar diferentes representaciones de una situación matemática.	El alumno algunas veces es capaz de comprender y utilizar diferentes representaciones de una situación matemática.	El alumno rara vez es capaz de comprender y utilizar diferentes representaciones de una situación matemática.
Utilización de símbolos matemáticos	El alumno siempre es capaz de interpretar y comprender el lenguaje simbólico matemático.	El alumno casi siempre es capaz de interpretar y comprender el lenguaje simbólico matemático.	El alumno algunas veces es capaz de interpretar y comprender el lenguaje simbólico matemático.	El alumno rara vez es capaz de interpretar y comprender el lenguaje simbólico matemático.

Utilización de herramientas matemáticas	El alumno siempre es capaz de emplear satisfactoriamente diferentes herramientas matemáticas.	El alumno casi siempre es capaz de emplear satisfactoriamente diferentes herramientas matemáticas.	El alumno algunas veces es capaz de emplear satisfactoriamente diferentes herramientas matemáticas.	El alumno rara vez es capaz de emplear satisfactoriamente diferentes herramientas matemáticas.
---	---	--	---	--